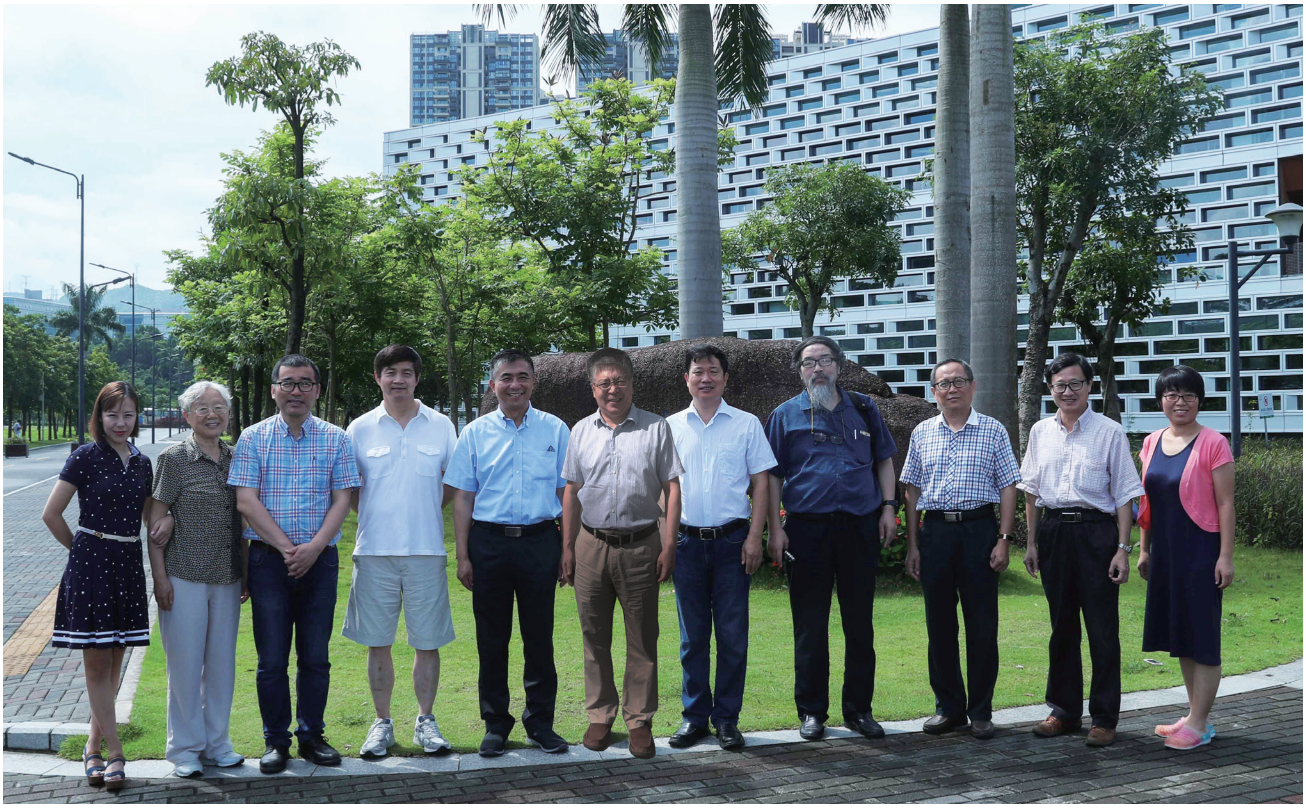


《数学文化》2017年度会议与会人员合影

左起：庄歌，张英伯，蔡天新，张智民，汤涛，刘建亚，邓明立，罗懋康，林亚南，丁玖，付晓青

主　办　香港 Global Science Press
沙田新城市中央广场第一座 1521 室

主　编　刘建亚（山东大学）
汤　涛（南方科技大学）

《数学文化》旨在发表高质量的传播数学文化的文章；主要面向广大的数学爱好者

《数学文化》欢迎投稿，来稿请寄：
Math.Cult@gmail.com

本刊网站：http://www.global-sci.org/mc/
本刊淘宝网：https://shop137795018.taobao.com/
本期出版时间：2017年11月

本刊鸣谢国家自然科学基金数学天元基金和南方科技大学的支持

Contents | 目录

数学人物

伟大的“奇异”数学家
——纪念阿诺德诞辰八十周年　丁　玖　3

纪念蔡申瓯教授（1963–2017）　鄂维南　11

数学家访谈

有朋自远方来——专访马志明教授　14

数学经纬

数学家让日本成为第三个绕月国家　蒋　迅　32

好的证明使我们更加聪明　43

乘导航波　Marianne Freiberger　50

数学教育

抗日战争时期的新中国数学会　张友余　54

北京大学金融数学系建系20年回顾　王　铎　63

数学烟云

开普勒猜想　蒋爱红　张小平　75

旧时人物旧时书　欧阳顺湘　88

数学趣谈

贝叶斯版的“三人成虎”　王志祥　宋　涛　111

闪烁智慧光芒的三段论　王志祥　宋　涛　113

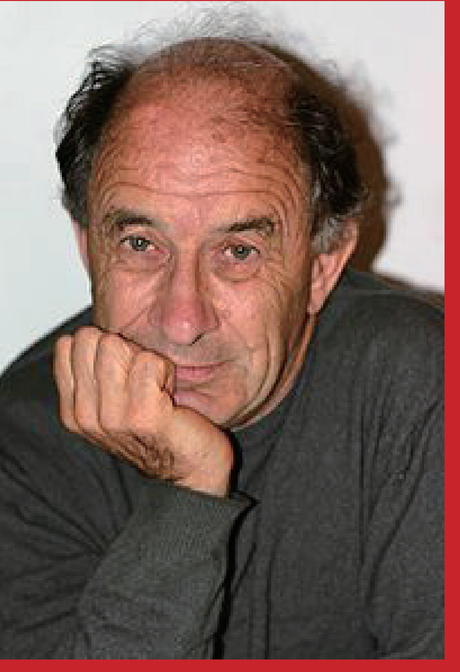
最短的数学博士论文只有一句话
（李特尔伍德定理的一个修正）　D. Zagier　116

数学家随笔

晚秋晚情度归人　蒋春澜　117

好书推荐

我读《数学都知道》　张　进　120



Vladimir Igorevich Arnold

伟大的“奇异”数学家

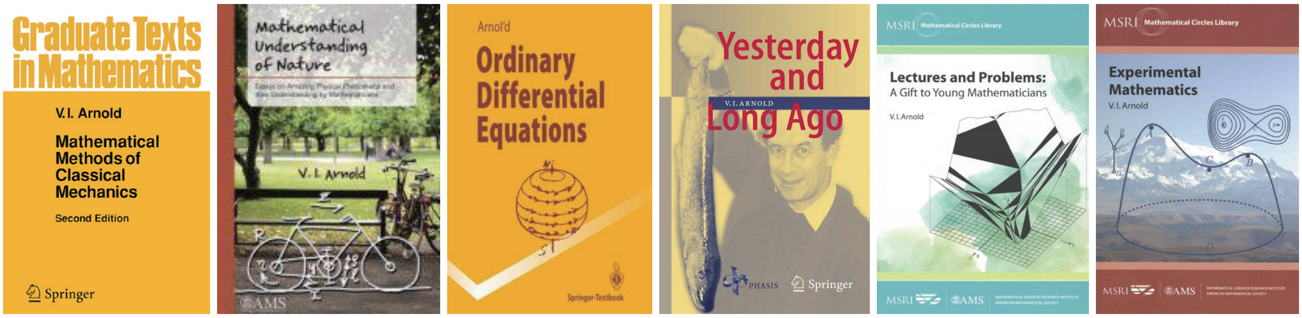
——纪念阿诺德诞辰八十周年

丁 玖

今年是伟大的俄罗斯数学家阿诺德（Vladimir Igorevich Arnold, 1937 年 6 月 12 日 - 2010 年 6 月 3 日）诞辰八十周年，但他已经去世七年了。在当今世界级数学家的集合里，他不算长寿者。他的同胞西奈依（Yakov G. Sinai）长他两岁，却依然健在，他们共同的老师柯尔莫哥洛夫（Andrey N. Kolmogorov, 1903-1987）也活到 84 岁。彼此惺惺相惜的 1966 年菲尔兹奖得主、美国数学家斯梅尔（Stephen Smale）早他七年出生，却还在世上，红光满面地不时摆弄着他那些精心收藏的稀世矿石。不过比起今年病逝的一女一男菲尔兹奖获得者，斯坦福大学的伊朗人米尔扎哈尼（Maryam Mirzakhani）和普林斯顿高等研究院的俄国人弗沃特斯基（Vladimir Voevodsky），一个仅享年 40，另一个也刚过半百一年，阿诺德的寿命算是不短了。

一般人一进入五、六十岁，就开始把寿命看得很重很重。我已退休的少时同学每次见到我，都叫我好好向他们学习：打牌、聊天、聚会、旅游、养老，什么看书写作，什么研究思考，统统都要打入冷宫才对。我在他们的心目中非常“可怜”，因为在他们眼里，我把生命太不当回事了。可是我在书中见到的那些伟人，比如鲁迅、钱钟书，比如阿西莫夫（Issac Asinov, 1920-1992）、冯•诺依曼（1903-1957），都不把死亡看得那么严重，都把晚年的时间加倍用于“贡献这个时代”。

阿诺德与西奈依的祖父母辈都住在俄罗斯南部的大城市敖德萨（Oddesa，现属乌克兰），并且还是好朋友呢。阿诺德的母亲在那里探亲时，顺便产下了儿子，然后又回到了莫斯科。按照西奈依的说法，“阿诺德家生下一个神童”这条广为流传的新闻伴随着他的长大。这不奇怪，在 1990 年的采访中，阿诺德说他是自己家族中的“第四代数学家”。采访他的数学与物理月刊是俄国大中学生及高中教师阅读的 *Kvant*（《量子》），流通量约为二十万。中国 7 年前创刊、颇受欢迎的数学普及杂志《数学文化》，目前的订阅量不到它的二十分之一。

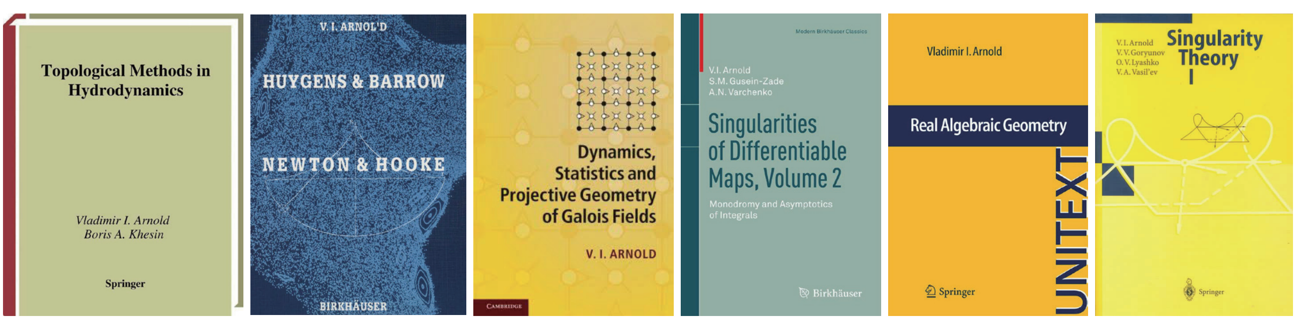


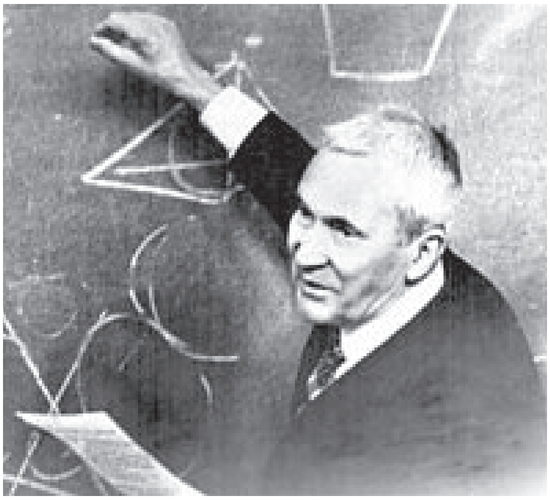
当采访一开始就问到他怎样成为数学家时，阿诺德回答的第一句就是：“我总恨死记硬背。”正因如此，“我小学的老师告诉我父母，像我这样的低能儿将永远掌握不了乘法表。”这句话应该让我国几十万中小学数学老师们慢慢体会一下。

然而，当他遇到了他一辈子铭记在心的第一个真正的老师后，他的数学才华开始显露。老师提出的数学问题是关于从两镇同时出发相向而行的两位老妪，在中午相遇，再继续走向对方小镇，分别于下午 4 点和晚上 9 点到达目的地。问她们是何时起步的？ 当然此题代数求解非常容易，但那时他们还未学到代数。阿诺德用了相似性的理由发明了“算术”解，体验了发现的快乐。于是“再次体验这种快乐的欲望才是我成为数学家的要素”。

在杰出的数学家当中，有那么少数几个人，不仅用数学的尺度来丈量是顶天立地的巨人，在非数学的量器下来衡量也是举世罕见的人物。比如以 86 岁高龄去世的格罗腾迪克（A. Grothendieck, 1928-2014），不仅革命化了代数几何这一古老学科而成一代数学天王，而且以热爱和平的信念退出数学的世界而隐名埋姓几十年直至过世。又比如证明庞加莱猜想的佩雷尔曼（G. Perelman, 1966-），视名利为粪土，面对菲尔兹奖牌和克莱研究所的 100 万美元奖金无动于衷，够让我们芸芸众生感觉震惊的。

阿诺德也是这样一位与众不同的“奇异”数学家。我最近读了一本美国数学会 2014 年出版的书，书名是《阿诺德：逆流而上》（*Arnold: Swimming Against the Tide*）。此书由两位俄罗斯数学家黑斯恩（Boris A. Khesin）和塔波科尼科夫（Serge L. Tabachnikov），将之前散见于各杂志的阿诺德自己的文章或采访记以及他人的回忆汇编而成。读了它，人们就会发现，阿诺德的确是举世无双的“奇异数学家”！





阿诺德的导师柯尔莫哥洛夫

阿诺德作为数学家的奇异性就在于：出名早、领域广、研究深、喜提问、爱猜想。他的数学天才最早的结晶就是对希尔伯特第 13 问题的求解。两个变量的函数很容易复合成三变量函数，例如 $f(g(x, y), h(z, y))$。但是反过来呢？希尔伯特问：三个变量的连续函数可否通过两个变量的连续函数叠加而成？他自己认为，求 7 次代数方程 $f^7 + x f^3 + y f^2 + z f + 1 = 0$ 得到的依赖三个参数的解 $f(x, y, z)$，是不可能这样得到的。1956 年，柯尔莫哥洛夫已经证明，任意个数变量的连续函数都可以化约为三个变量连续函数的叠加。如果能将三个变量进一步减少到两个，希尔伯特的问题就被解出。于是，柯尔莫哥洛夫将这一问题交于刚跨入 19 岁的大三学生阿诺德考虑。不到 20 岁，后者就给出了希尔伯特第 13 问题的肯定回答。1965 年，阿诺德和他的老师获得了苏联的最高奖之一：列宁奖。那一年只有三人获奖，第三位是被誉为“苏联演员之王”的斯莫克图诺夫斯基（I. M. Smoktunovsky, 1925-1994）。

阿诺德的研究领域有多广？我读到的《阿诺德》这本书的序言一开始就说：“阿诺德是我们这个时代最有影响力的数学家之一。他开创了几个数学领域，如几何力学、辛拓扑及拓扑流体动力学。从常微分方程和天体力学到奇异理论和实代数几何，他都对其基础和方法做出了奠基性的贡献。”接着，序言列出了（不完全的）以阿诺德名字命名的 19 个数学术语，其中包括动力系统研究者个个都知道的 KAM 理论。

阿诺德的研究结果之深刻，无需我在这里介绍或评述，我也没有资格写这些。但他好提问题，好给猜想的研究风格值得我添上几句。他的老师柯尔莫哥洛夫就是全天下最伟大的数学教师之一。他一生中指导过的杰出学子，举不胜举，多少人成了苏联科学院的院士，数目也达到两位数。我曾经在我的科普书《智者的困惑：混沌分形漫谈》中第 258 页上将他与孔夫子相比，因为后者有 72 个门徒。当斯梅尔上世纪 60 年代访问莫斯科时，被四个比他还年轻的俄罗斯数学后起之秀所震惊，坦承“西方并无此种组合”。这四位俊杰阿诺德、西奈依、阿诺索夫（D. Anosov）、诺维科夫（Sergei P. Novikov, 1938-）中的前二位都是柯尔莫哥洛夫的嫡传弟子，后来都是举世闻名的大数学家。柯尔莫哥洛夫也善提问题，他对还是大学生的阿诺德提出的希尔伯特问题，成就了弟子的第一个世界级成果。他草创的“测度熵”概念，经西奈依的精心修正，成了当今动力系统理论的有力工具。

阿诺德在演讲中

阿诺德接受邵逸夫奖

我的少年时代，个人崇拜之风盛行。自然第一崇拜对象是伟大领袖毛主席。因为毛主席称华罗庚教授为“人民的数学家”，人民对华教授也崇拜得不得了。当年我在工厂学徒时，就曾听别人煞有介事地说，苏联人数学不行，卫星上不了天，只好请华罗庚去帮他们算。华罗庚不想泄露他的“神机妙算”，要求天天让他去钓鱼，过了没几天就把计算结果告诉了苏联人，于是卫星上了天。现在想想多么可笑。尽管因崇拜并无知而不知由谁杜撰的这个故事荒唐透顶，华罗庚及其他众多优秀弟子的数学成就，改变了中国的数学面貌。但是毫无疑问的是，“北京学派”较之“莫斯科学派”，几十年来总是“不可同日而语”的。

像他的老师一样，阿诺德提出的数学问题，常常是新的数学分支的助产士，他的数学猜想，则不断“引无数英雄竞折腰”。在那 19 个“阿诺德品牌”中，有个大名鼎鼎的“辛拓扑阿诺德猜想”，实际上是他一系列有关猜想的总称。它们的最简单情形就是所谓的庞加莱“最后的几何定理”，即圆环的保面积保定向同胚，若将内圆和外圆反向旋转，则至少有两个不动点。庞加莱去世前发表了他的如此断言，但时间与健康让他无法证明。美国数学家伯克霍夫（George D. Birkhoff, 1884-1944）的成名作之一就是证明了这个猜想。

辛几何中的这类猜想，催生了若干新的重要理论和方法。美国数学会于千禧之年出版的论文集《数学：前沿与展望》（*Mathematics: Frontiers and Perspectives*），收进了阿诺德的一篇特稿《多元数学：数学是单一学科还是一组艺术？》[1] 他在该文中回顾了辛几何猜想的历程，有一段落的第一句这样写道：“这些推广了圆环映射庞加莱‘最后定理’的猜想，后来被许多作者 [2] 的一系

[1] *Polymathematics: Is Mathematics a Single Science or a Set of Arts?*

[2] 比如 Ya. Eliashberg, P. Rabinowitz, C. Conley 和 E. Zehnder, M. Chaperon, J.-C. Sikorav, F. Laudenbach, Yu. Chekanov, A. Floer, H. Hofer, C. Viterbo, A. Weinstein, D. Salomon, A. Givental, M. Gromov 等

列辉煌工作所研究。”这些都是数学界如雷贯耳的名字，有国际数学家大会的一小时报告者，有 50 岁不到就获得沃尔夫数学奖的，也有英年早逝（至少两个）甚至自杀的。

华人数学家阮勇斌

接下来的一段落则这样开始：“我听说激发这些理论的我最初的那些猜想，已被（Fukaya、Ono、Salomon、阮等人）证明。”总算见到一个让中国人自豪的姓了；阮就是阮勇斌，四川大学 82 年的毕业生，密歇根大学的讲座教授。大概阿诺德忘记写下我的大学同学田刚的名字，因为我听说田的杰作之一就是证明了阿诺德猜想。或许他不小心将田的大名放进了“等人”的集合，但是他下面的话更具奇异性：“不幸的是我无法理解这些证明的技术细节。康特塞维奇（Maxim Kontsevich, 1964-, 1998 年菲尔兹奖得主）也无法向我解释，虽然这些证明基于他的曲线稳定映射理论。”

事实上，阿诺德并不满意这些证明，因为他接着说道：“就我的理解，所有这些证明都用贝蒂数之和来界定（minorate）不动点的个数，而我则猜测它是由莫尔斯数来界定的（或由几何上不同的临界点的最小个数，如果不动点可几何地计数）。”

阿诺德在非数学方面的奇异性就更加多姿多态了。首先，同他健壮如牛的导师柯尔莫哥洛夫如出一辙，他是一个运动健儿，和他的师兄弟西奈依同在大学时代就爬山不止。西奈依在他的回忆中生动地记载了他们在高加索山脉中“与狗共吠”的惊险故事。中国的数学家中，热爱运动的好像不多。华罗庚先生因腿疾不善运动，可被理解，但那些四肢正常的却把运动和数学对立起来。有一年的五月我在北京，所里五四青年节爬山，非青年中只有前所长袁亚湘教授报名参加，把访问者我也拉去了。田刚大学时代就常和几个室友（自然也包括我）爬紫金山，据说爬山早已成了他几十年的爱好。难怪这两个中国科学院的院士学问做得那么好，这和爱运动是有正比关系的。阿诺德天生喜欢挑战，甚至向体能极限冲击。我记得在《美国数学会通讯》（*Notices of the American Mathematical Society*）上读过他的冒险故事，比如在一次远足中“与熊对峙”。这本《阿诺德》书中有好几人的文章都提到他的运动激情。他的一位学生曾回忆起他游泳时怎样差点被旧金山大桥下的激流所吞没的情形。

阿诺德一直以俄罗斯的数学而自豪，甚至在一些西方数学界人士的眼中过于“自负”，但他们怕就怕他那张好冷嘲热讽的尖刻大嘴。我没有读到过他对中国数学或中国数学家的负面评论，但是正面评论也没有读到，或许他觉得没有评头品足的必要，就像没人会认为一个 10 岁孩儿明年会是奥运会新的世界飞人。晚年他经常待在法国，于是这个国家的数学家常常遭殃，被他嘲弄。我

阿诺德与学生、同行的消闲时光

多年前读过他对法国数学家的轻蔑之语，并举例说明。说的是当他面试一位求职的数学家时，问对方简单的二次型 xy 的“符号差”是几。这个小有名气的学者对线性代数素有研究，发表了好多论文，但却如此回答：他的电脑程序一小时可算出任何二次型的符号差，但他的大脑在十五分钟内却无法把它算出来。于是，阿诺德大大地挖苦了法国人“不求真懂”。其实这种个别实例绝无代表性，但众所周知的是阿诺德对几十年前影响巨大的法国布尔巴基学派永不休止的口诛笔伐。这不过极端性地表达了他的鲜明数学观，可用他的一句惊人之语“数学是物理的一部分”一言以蔽之。他一生都是牛顿的信徒，庞加莱的同道，始终都不与以希尔伯特为代表的形式主义数学家们“同流合污”。

阿诺德认为，“‘数学’这个词意味着关于真理的科学”。对他而言，“现代科学（理论物理及数学）似乎是 300 年前由牛顿所建立的新的宗教和真理的崇拜。”说到数学与物理的关系以及数学家和物理学家的交往，还要提到阿诺德在上世纪末在“阿诺德节”上关于他老师的一段话：“在柯尔莫哥洛夫的论文集里，有一篇是他和著名物理学家列昂托维奇（Mikhail Leontovich）合写的，关于布朗轨道的邻域。这篇数学家与物理学家的文章由两部分组成：数学部分包括积分赋值、渐近性、黎曼曲面、单值性、Picard-Lefschetz 定理等，而物理部分包含背景方程等。当然，数学部分是列昂托维奇（Leontovich）写的，物理部分则由柯尔莫哥洛夫动的笔。这在俄国很典型。”阿诺德继承了他师傅的衣钵，一生都与物理学家们过从密切，最终领悟出“数学只是物理的子集”这一伽利略也会同意的信念。

如果说阿诺德对法国数学及其人物的藐视还仅在于知识论方法论的层面上，对美国数学家毫不留情的不停批评已经扩张到了道德的范畴。我已记不得

阿诺德和爱好数学的小朋友在一起

在多少篇采访或回忆文章中看到这类故事。早在 90 年代初，当苏联解体后的数学家面临经济窘境之际，美国数学界伸出了援助之手：建立基金，邀请访美，提供食宿。但是他看到了个别北美数学家在施舍的同时，也不劳而获地在对方的论文上顺带签上了作为“合作者”的大名，马上著文大加鞭挞。在他的眼里，俄罗斯数学家应当也立志“人穷志不穷”，不吃“嗟来之食”。的确，历史上出现过普希金、托尔斯泰的俄罗斯人具有这样的情操。我 90 年代初有次回国时，拜望了母校的前任系领导。她的先生是俄语教授，告诉我他上一年访问俄国时看到的一幕：冰天雪地上，因食品奇缺而排长队购买的人们，秩序井然，无人插队，依然君子风范如故。这就是深厚文化传统的力量！就在最近读的这本《阿诺德》书的第 173 页上，赫尔穆特 • 霍费尔（Helmut Hofer）描绘了 30 年前在柯朗数学科学研究所听他演讲时的情形：“他的报告在两方面都是非凡的：伟大的数学及在数学讲座中不大遇到的东西。”那个东西是“某时某刻他突然转向，激烈指责西方数学家怎样不给俄罗斯数学家 proper credit”。

“奇异理论”在阿诺德的数学成就中是一道亮丽的风景线。如果我们充分了解了他的一生言行，很自然就会称他为我们这个时代的伟大的奇异数学家。若用数学的语言，奇异现象较之正常现象总是“测度为零”的，比如非奇异矩阵要比奇异矩阵多得多。在作为人的数学家群体中，人性的缺陷几乎处处存在，不说真话、人云亦云、处事中庸比比皆是。但是物稀为贵，像阿诺德

科学出版社出版的阿诺德名著之一

这样的对学生极端负责、对同事表里如一、对丑行铁面无情的纯粹学者实属凤毛麟角。一位四十年前曾被阿诺德回信挖苦过的英国物理学家贝里（Michael Berry）爵士，在他一篇回忆短文的最后特别指出，至少在四个方面，阿诺德是美国物理学家费恩曼（Richard Feynman, 1918-1988）的“数学对等物”:“如同费恩曼，阿诺德在他的领域中做出了大量的原创贡献，并有巨大影响；他是阐述大师和激发灵感的教师，将新观念带给新观众；他是毫不妥协的直接，完全诚实；他是一个多彩的人物，喜作恶作剧，令人惊奇。”他们一个是奇异的物理学家，另一个是奇异的数学家，或者说是奇异的子物理学家，因为阿诺德断言：“数学是物理的一部分！”

2017 年 10 月 14 日星期六初稿
于美国哈蒂斯堡
2017 年 11 月 6 日修改完毕

作者简介：丁玖，南密西西比大学数学系教授，本刊编委。

纪念蔡申瓯教授（1963−2017）

鄂维南

今天（2017 年 10 月 21 日）早晨，上海交通大学自然科学研究院院长、纽约大学柯朗数学研究所教授蔡申瓯去世了。申瓯是2014 年患病的。经过医疗，曾经大有好转。2015 年参加在北京召开的国际工业与应用数学大会（ICIAM ）时，他的精神状态很好。后来我又专程去纽约看过他，看不出有病的样子。最近听说他病情恶化，正想借这个周末回忆一下他为国内应用数学发展所做的事情。没有想到他这么快就离开了。真是遗憾！！

蔡申瓯是温州人，1980 年浙江省高考状元，北大物理系本科毕业生，1994 年获得美国西北大学博士学位，之后曾去洛斯阿拉莫斯国家实验室和普林斯顿高等研究院访问工作，1997 年到柯朗数学研究所做博士后，中间去北卡罗莱纳教堂山分校访问一年，后来又回到柯朗数学研究所工作。他早期的工作主要集中在非线性物理领域，尤其是波湍流（wave turbulence）问题。后来

蔡申瓯教授（中间红衣者）和参加研讨会的同行合影

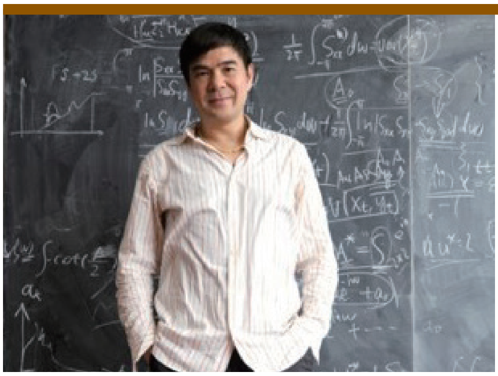
他的兴趣转到计算神经科学，并且在这个领域做出了许多突出贡献。他是最早实现基于实验数据建立大规模神经元网络计算模型的学者之一，也是最早把动理学方法（kinetic theory）用到分析神经元网络动力学的学者之一。我对这个领域了解不多，但我至少有信心说，从应用数学的角度去研究神经元网络动力学，申瓯是个先驱者。他的研究工作的一个主要特点就是发展物理和应用数学的方法去定量解决神经科学中的科学问题。这当然跟他特殊的背景有关。数理融会贯通的理念也体现在交大 2009 年成立的理科班（致远学院的前身）的教学理念和教学设计上。

1999 年我们第一次在北京组织应用数学暑期讲习班的时候，蔡申瓯就是主讲老师之一。他的课程特点是，用数学背景的学生比较容易接受的方法来讲授物理。如今这个暑期讲习班已经举办了十八届。前面几届，这个课程一直都是他讲的。虽然应用数学学生的物理背景仍然是一个困难问题，但这个课程的开设起到了非常好的作用。通过这个课程，我们培养出了许多具有良好物理背景的年轻应用数学家。我过去的学生鲁剑峰、林霖就是很好的例子。

2009 年，在张杰校长的鼎力支持和亲自参与下，蔡申瓯、金石和我一起在上海交大创建了自然科学研究院。研究院的宗旨是吸引一批具有良好数学和物理背景的年轻人，来解决科学和工程领域有切实实际背景的、关键的理论问题，使得研究院成为交大的基础支撑平台。与此同时，我们成立了培养拔尖创新人才的理科班（后来发展为致远学院），以培养同时具有数学和物理背景的交叉学科人才。经过多年的努力，研究院已经聚集了一批优秀的青年人才，形成了一个良好的学术风气，组织了一系列有实际效果的学术活动。胡丹、周栋焯、徐振礼、刘卫东、张小群、应文俊、唐敏、张镭、谢春景等，他们都活跃在各自领域的最前沿。仅仅从应用数学的角度来说，这样一支充满活力的年轻人队伍，在国际上都是非常少见的。如今，理科班也已经成长为致远学院，并且培养出了许多优秀的学生。最近一期 *SIAM News* 上关于图像处理的主题文章，就是第一届理科班毕业生尹如捷写的。

这一切跟蔡申瓯的努力都是分不开的。他不仅仅参加了研究院和理科班的设计、教学、组建和运营，更是把全部身心都投入到了其中。对研究院的青年教师和理科班的学生们来说，他不仅仅是一个领导、学术带头人、老师，更是一个长者和保护者。他对年轻老师和学生的关心和照顾，真是达到了“呵护”





的程度。熟悉他的都知道，申瓯的工作是不分日夜的。即使得了重病以后，只要身体情况略有好转，他又全身心地投入到研究院的工作中。2015 年我在北京见到他的场合，正是他和研究院的青年教师们一起到北京参加 ICIAM 大会的时候。一直到他不能工作了，才回到纽约。

不得不提到的遗憾是，申瓯的工作和他对中国应用数学发展所做出的贡献，很大程度上还没有得到国内学术界的认可。除了千人计划专家、上海交大最重要的奖项校长奖，以及在张杰校长拦车力荐下才获得的教育部长江特聘教授的称号之外，申瓯的这些贡献至今并没有得到应有的认可。各种各样的基金申请，也基本上是全军覆没。我曾经有过一个机会，当时我已经知道他身患重病，所以特别想帮帮他。但最后还是没有成功。后来这样的机会就再也没有来过。想起来真是痛心疾首！！

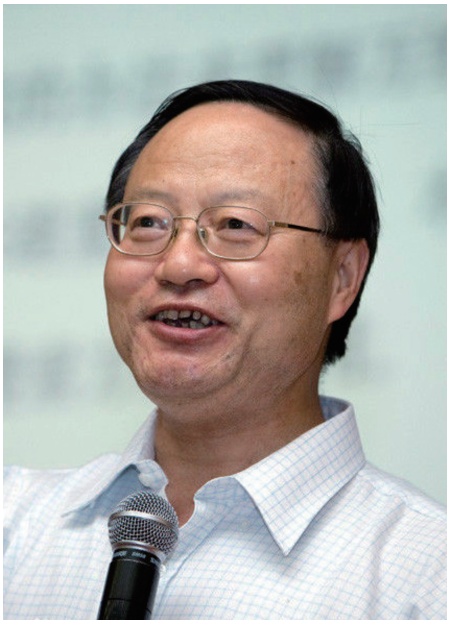
蔡申瓯一直都是一个中国公民。他一生最大的愿望就是帮助中国应用数学的发展，使其与科学、工程和社会中的实际问题紧密结合起来。为此，他贡献出了自己的生命。他悉心呵护的自然科学研究院，虽然已经走出了襁褓阶段，但还仍然处在艰难的成长过程中。这颗茁壮的树苗能不能在国内的环境下长成一颗参天大树，是申瓯在临终病床上最关心的事。作为一个曾经和他在一条战壕里战斗过的战友，我真切地希望能和大家一起给申瓯最后一个承诺：让我们共同帮助他完成这个未竟的事业！

蔡申瓯教授永垂不朽！

本文写于 2017 年 10 月 21 日

作者简介：

鄂维南，中国科学院院士，北京大学、普林斯顿大学教授，北京大数据研究院院长。



有朋自远方来

——专访马志明教授

策划 / 刘太平　访问 / 李宣北、姜祖恕、黄启瑞　整理 / 黄馨霈

马志明教授 1948 年生于四川成都，1978 年重庆师范学院数学系毕业，进入北京中国科技大学研究生院，1981 年硕士毕业，1984 年取得中科院应用数学研究所博士。长期任职中科院数学与系统科学院。

马教授深耕概率论与随机分析领域，尤以在马氏过程与狄氏型的相关工作上有重大贡献，获得多项殊荣。1995 年当选中国科学院院士。

李宣北（以下简称“李”）：请谈谈您对数学开始感兴趣的契机。

马志明（以下简称“马”）：这其实在网路上的文章“从炊事员到数学家”都有。1966 年文化大革命时，我还是中学生，正好是高中最后一年（高中三年级），我就读的成都四中（今成都石室中学），郭沫若曾在那儿读书。成都的四中、七中、九中是重点学校。成都四中的历史很悠久，大约有二千多年了，汉朝时是“文翁石室”，就是最早的一个讲学堂。我读中学时有个说法，只要进到成都四中，基本上就是进到大学，相当于一只脚跨进大学的门了。当时，我们还在准备高考（大学入学考试），1966 年 6 月，文化大革命开始，就停课了。文革时成都四中卷入武斗很厉害。一直到 1968 年 12 月，毛泽东号召知识青年到农村去，从初中一年级到高中三年级，一共是六届，就是所谓的“老三届”，都要到农村去。也有例外，就是“三线建设”职工的子女可以选择参加三线建设而免于到农村。刚好我母亲在四川攀枝花工作，那时攀枝花对外公开的地名是“渡口市”，是毛泽东部署的三线建设之一，主要任务是建设攀枝花钢铁厂。所以我在“上山下乡”时期到了攀枝花参加工作，在攀枝花商店作炊事员。因此，中学毕业时我没有及时上大学，而是当伙夫学煮饭。我学会了用大锅煮一百多人的饭，焖锅饭煮得很好，切菜的刀工也很好，但是炒菜不太行。后来由伙夫升任伙食团长，再后来有一段时间做仓库保管员。那时候闲着没事，想自己学点东西。也是一种缘份，正好我一位中学同学方平的母亲张芳是四川师范大学数学老师，那时候是“读书无用论”，张老师的数学书堆在书架上都没有用。我也找不到别的书，方平把我带到他家里，我就背了一书包的数学书回去看。记得最早看的是一本比较容易自学的

浙江大学的高等数学讲义，樊映川等编著，这本书是当时许多工科大学的教材。所以，要说我从小对数学特别喜欢，倒不一定。我从小并没有特定的愿望一定要做数学。要说影响，应该说居里夫人、牛顿这些科学家对我的影响特别大，我对他们比较敬佩，却没几个数学家留在我脑子里。后来阴差阳错我正好能找到数学书，自己也喜欢自学数学。当然自学也需要高人指点，就像学拳的需要拜师，我一方面自己拿着数学书自学，一方面到处求师拜友。我找到四川大学图书馆的白苏华老师，他对我的帮助很大，引导我看数学书要先看哪一本，后看哪一本，譬如看了樊映川的高等数学，要看数学分析、实变、复变以及泛函分析，他给我指点了一条自学数学的路。所以，当别人都在玩的时候，我在自学数学，有人问我你学那些有什么用？我心里想着总有用吧！

李：是在攀枝花的时候？

马：是的，一开始我当伙夫，后来当仓库保管员，当仓库保管员的时间比较充裕。仓库保管员是体力劳动，150 斤的大布匹要从货车上背到仓库里去，需要很好的体能，但下完货后就只要管一管货，人家来提货我不用劳动但要记帐，因此时间比较充裕，加上找到白苏华老师指点，记得还找到一个四中的校友切磋自学的体会，我已记不得名字，总归是学了很多数学。

李：你只身在那儿吗？

马：我当时在攀枝花工作，母亲也在攀枝花，家在成都，姐姐也在成都，回成都就去找白苏华老师。其实找白苏华老师除了谈数学，也谈些政治，我们成了忘年之交。我跟他关系很好，到现在都是很好的朋友。1970 年初毛泽东认为还是要办大学，于是有工农兵学员，就是推荐农民、工人等去上大学。1971 年或 1972 年是第一届，我记不得了[1]，总归第一届推荐工农兵学员时，在攀枝花有招生办公室，我打听到里面有位数学老师，就去跟他说我学了多少数学。他认为我应该上大学，要帮我的忙，就以渡口市招生办的名义联络我工作的商店，希望我工作的商店可以推荐我去上大学。当时我以为我真的可以上大学了，结果审核的时候，我的政治审查上写着“不安心本职工作”，这样的评语在政治审查上是过不了关的，所以我就被刷掉了。这是第一次我争取上大学的机会，我以为我已经接近成功能上大学，结果却没有。当时我赌了一口气，心想即使我不上大学，我的数学将来也肯定比大学生好，因为我已经学了很多。之后我一直持续学数学，而当时在政审材料中写我“不安心本职工作”的政工干部后来还提拔我当伙食团团长，后来又安排我当仓库保管员。过了 3 年，到了 1975 年，这位政工干部主动来找我，问我想不想上大学。当时我已经 26 岁还是 27 岁了，我说：“我年龄都过了。”他说：“你工

[1] 1970 年北大清华展开大学招生试点，1972 年在全国高校推广。自 1971-1976 年共以基层推荐的模式招生 94 万，1977 年终止。——编者注

白苏华

作有五年了，可以带薪学习。” 这比原来还好，如果有机会我当然愿意去。所以 3 年后的 1975 年，我以工农兵学员身份被推荐到重庆师范学院（今重庆师范大学）数学系读书，我就这样走上了正规的数学之路。1976 年毛泽东去世，那年可能是最后一届工农兵学员 [1]，我是倒数第二届的工农兵学员。

当我到重庆师范学院时，我的数学水平甚至比许多老师都好，工农兵学员的那些课对我来说都很简单，因此我不去上课，但是考试老是第一。后来学校正式同意我不上课，只要参加考试就行了。因为我已经比其他同学多学数学好几年了，同班同学都叫我马老师，他们不懂的数学都来问我。现在回顾我的人生，我中学时并不是特别爱好数学，但是阴差阳错却走上了数学的道路，有点传奇。后来媒体采访我时我常提及这一段际遇，而每一次我都向媒体提到这几位在我最困难的时候对我有帮助的人，一位是我同学的母亲张芳，一位是四川大学的白苏华老师，他们都是最早引导我走上这条路的人。我 1975 年被推荐到重庆师范学院作工农兵学员，1977 年时因为邓小平的政策，大学教育开始实行考试招生。1977 年好像是文革后考试招收第一届大学生，同时也考试招收第一届研究生 [2]。那一年我报考了中国科学院数学所的研究生，当时报名的人很多，据说有二千多人报考中科院数学所。初试的卷子是从北京寄来，我没看到我的初试成绩，但是听说我的初试成绩很好（有传言说我数学分析考了 100 分），于是我得到了到北京去面试的资格。我记得很清楚，我向学校老师说我要去面

[2] 1977 年 10 月中央决定恢复高考，同时决定中科院招收研究生，1978 年 1 月决定研究生招生扩大到一般院校。不久后进行了 77-78 级研究生入学考试，并统称为 1978 级研究生。——编者注

试，学校老师很怀疑我是否有考上中科院研究生的能力。他们想，虽然我在学校里是拔尖生，不上课都有好成绩，但是重师毕竟是地方师范院校，要跟中国科学院数学所的人比较，重庆的地方水平还是差远了。为了考查我的水平，老师让我在学校里先做一个授课式的演讲，我做了一个简介泛函分析的演讲。当时我泛函分析已经学得很多了，那时候重庆师范学院的许多老师和学生可能还不知道何谓泛函分析。

最后，中国科学院数学所在文化大革命之后招收的第一届研究生一共录取了 30 人，里面有 6 人是预备出国的，他们的英语较好，国内的研究生有 24 人。徐佩、廖明跟我都是同届同学，在概率研究上我们都是同行。我们都是王寿仁的学生，那一届他一共收了三个正式学生，徐佩、廖明和我，徐廖二人英语比我好，是出国预备生，我则是在国内念书的学生。徐佩早我半年考到科大，同时也考研究生，年纪比我小了 10 岁，是我们研究生院年纪最小的。徐佩大概待了半年或一年，1978 年入学不久后，王寿仁邀请钟开莱 [3] 来讲学，将徐佩推荐给他，徐佩就到钟开莱那儿去了，他的博士在钟开莱那儿拿的，后来廖明也到了钟开莱那里学习。数学所的研究生在科学院研究生院是 101 班，我读了半年就变成应用数学研究所的研究生了。因为半年后这个数学所分成了三个所：数学研究所、应用数学研究所，还有系统科学研究所，我就跟着王寿仁到了应用数学所。分到应用数学所之后，加上华罗庚优选法小分队招收的一些研究生，我们一块儿就是应用数学所的研究生。包括堵丁柱 [4] 跟我都是从 101 班转到应用数学所的同学。中国有句古话说，天下大势，分久必合，合久必分，现在又合了。1998 年以来，这三个研究所，再加上计算数学与科学工程计算研究所，又合并成立了数学与系统科学研究院。

李：那时就确定要走研究概率这条路了？

马：是的，我那时就是概率方向的研究生了。

李：什么样的因缘？

马：其实我数学都很好，比如泛函分析这些我都学的不少。在重庆师范学院有一位金纯德老师，因为我数学好特别喜欢我，他是教概率的，建议我看洛维（Michel Loève）的概率论的中文翻译本。

姜祖恕（以下简称“姜”）：谁翻译的？

马：梁文骐，如果我没记错的话。

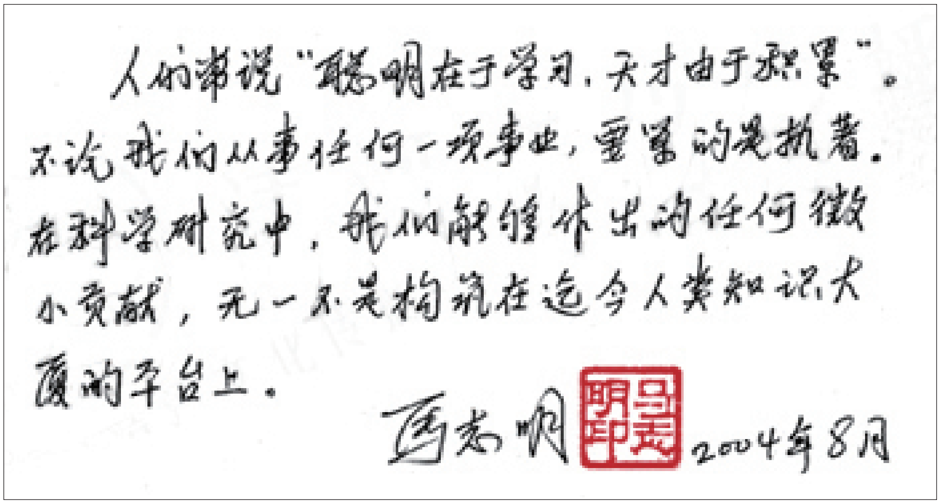
黄启瑞（以下简称“黄”）：梁实秋的儿子。应该是，因为他做统计、做概率。

马：翻译得满好的，写的话有些古味儿。

黄：他的文笔很好。

[3] 钟开莱 (1919-2009)，世界著名概率学专家。

[4] 堵丁柱 (1949-), 数学家，现任德克萨斯州大学达拉斯分校教授。研究方向包括组合优化、计算机网络和计算理论。


人们常说"聪明在于学习，天才由于积累"。不论我们从事任何一项事业，重要的是执着。在科学研究中，我们能够作出的任何微小贡献，无一不是构筑在迄今人类知识大厦的平台上。

马志明 马志明印 2004年8月

马志明题字

马： 他翻译得很精练，我没看到英文，那时我的英语水平看英文的也不行，但是梁文骐翻译的中文读起来很舒服。而且洛维的书把泛函分析、拓朴都放在一起，学概率要用到的知识都放在那儿，那时候我念这本书很有收获。后来考研究生的时候，我已看了洛维的概率论中文翻译本上册，金纯德就给我出主意，他说你考概率方向比较有利。当时川大的白苏华老师也给我分析，他说北方概率有几个比较好的地方：南开、北师大严士健那儿、中国科学院。后来我选了中国科学院的概率专业，就这样走上了学概率的路。这也是缘分，不是特别想学数学，最后变成做数学的，也没有预定目标要做概率，就做概率了，人生都是由各种机遇造成。由于我的数学知识面宽，基础好，这对于我后来的研究很有益处。所以现在教学生时，我都经常告诉他们数学基础要宽，做概率的不能只懂概率。

李： 所以您到科学院以后在学术上有很大长进？

马： 是的。我们入学后，除了研究生院的专业学习，潘一民老师带着我们念严加安[5]老师著名的《鞅与随机积分引论》，当时还是蜡纸刻的油印本，我们最幸运，在书还没出版前就有机会读到。徐佩和廖明都念过一段时间，还有赵林城、白志东和其他一些同学也都念过。赵林城是陈希孺的研究生，白志东是殷勇泉的研究生，他们年龄都比我大。当时徐佩是最小的，廖明也比我小几个月或小一年，我也算小的。严加安是对我很有帮助的老师，在严加安老师的帮助下，我在读研究生时解决了法国概率论学者雅各（Jean Jacod）在专著中提出的两个有关随机整测度的问题，严加安老师帮我详细修改论文初稿，却让我单独署名，在《数学学报》发表我科研生涯中的第一篇论文。到科学院以后我们有机会接触到许多著名的

[5] 严加安 (1941-)，数学家，中国科学院院士，主要从事随机分析和金融数学研究。

国际专家，伊藤[6]来访问时，我还陪他上了长城。

李：伊藤当时去大陆访问是你们请他去的吗？

马：我的导师王寿仁请的。我们念书的时候科学院请了很多专家来访问，钟开莱、杜博（Joseph L. Doob）[7]，后来还请了渡边信三（Shinzo Watanabe）[8]和池田信行（Nobuyuki Ikeda）[9]做系列讲座。伊藤我记得是 81 年来的，正好我快要硕士毕业。

黄：所以他去的时候已经 66 岁了。

马：对，年纪挺大的。

李：那时候大陆很积极地发展学术？

马：对。那时候王寿仁指导我做随机点过程。伊藤曾经研究布朗运动的 excursion，他发现布朗运动 excursion 是 Poisson 点过程，伊藤的这个结果非常有名。我跟伊藤讲我做的点过程的工作，虽然我自己觉得可能不是什么很突出的工作，但是伊藤听了很感兴趣，觉得我这个年轻人很好，愿意推荐我去日本念博士。他回日本后联系了日本振兴会，推荐我作渡边信三的学生，用日本振兴会的资助在京都大学念博士（伊藤本人已经退休不能在京都大学招博士生）。但是最后因故我没去成日本，而是继续在国内攻读博士学位。钟开莱在北京讲学时，曾经提了几个 open problems，我解决了两个，一个是关于 gauge 无穷的薛定谔方程的概率解，另一个是薛定谔方程的混合边值问题的概率表示。我当时用了狄氏型（Dirichlet forms）做薛定谔方程的混合边值问题，后来我做狄氏型做得特别好，这都是有机缘的。前面我提到徐佩、廖明他们先去了国外。廖明出国后写信告诉我，说国外出了一本很好的书，就是正敏福岛（Masatoshi Fukushima）[10] 1980 年的 *Dirichlet Forms and Markov Processes*。我当时在国内很想看那本书，就请廖明把刚出版的福岛的书复印后寄回来。其实那时候我也没看进去，可能也看不懂。后来严加安在国外又写信回来，说福岛这本书很好，希望国内组织讨论班。那时候我大概刚刚博士毕业吧，于是我们组织讨论班，讨论福岛的狄氏型。就是在参加狄氏型讨论班时，我想到了用狄氏型作为数学工具来推导薛定谔方程混合边值问题的概率表示。那时我正好申请到德国的洪堡（Humboldt Research Fellow），不久就到了德国。在德国，阿伯维瑞

[6] 伊藤清 (1915-2008)，日本数学家，研究随机过程，被视为随机分析的创立者。1987 年获沃尔夫数学奖。

[7] 杜博（1910-2004），美国数学家，专攻分析及概率论。

[8] 杜博（1910-2004），日本数学家，研究概率论、随机过程及随机微分方程。

[9] 池田信行（1929-），日本数学家，在随机微分方程及扩散过程方面著作甚丰。

[10] 正敏福岛（1935-），大坂大学荣誉退休教授。其根本工作与 Martin L. Silverstein 在狄氏型和马氏过程的研究，为概率论及分析位势论间建立起深远的关系。

欧（Sergio Albeverio）[11]，我的洪堡老师，和他的学生罗克纳（Michael Röckner）[12]，当时都在做狄氏型，还有史泰特（Streit）教授和布兰查得（Blanchard）教授等许多人都在用狄氏型做研究，所以我去德国后正好在知识上就衔接了。

黄：你是去波鸿（Bochum）？

马：是去比勒费尔德（Bielefeld）大学的数学系和比勒费尔德波鸿随机研究中心（Bielefeld Bochum Stochastic Center, 简称 BiBoS）。我在联系洪堡时，给好几位德国教授都写了信，当时 BiBoS 的阿伯维瑞欧和布兰查得，还有数学系的汉森这三位教授都表示愿意接受我，后来这三位教授都是我的 host professor。我的住所是 BiBoS 帮忙安排的，阿伯维瑞欧那时的正式职位在波鸿，但是他每周都到比勒费尔德好几次，我也去过波鸿好几次。那时候 BiBoS 很兴旺，所以我最早的预印本很多都是在 BiBoS，最早和布兰查得合作。记得 86 年底去的时候，正好赶上圣诞节，汉森教授邀请我到他们家过节，就在那儿我第一次见到罗克纳，就是现在跟我合作得很好的罗克纳，他那时刚刚博士毕业，在爱丁堡找到工作，回来过节。他当时在里昂斯（Terry Lyons）[13] 那儿工作。

李：在德国多久？

马：大概 91 年初回国（其间 89 年 1-7 月是在国内）。92 年到意大利 ICTP，就是国际理论物理中心（International Center of Theoretical Physics），做访问学者半年。在那儿的时候，阿伯维瑞欧给我打电话说我们得了 Max-Planck 奖，就是我、阿伯维瑞欧和罗克纳我们三个国际合作的工作。这是我得到的第一个奖，是我觉得比较高兴的。

姜：得奖的内容就是 quasi ……

马：对，那时拟正则狄氏型（quasi-regular Dirichlet form）已经做出来了，框架已经出来了，福岛也很高兴，我 94 年去国际数学家大会（ICM）就是讲这个。

姜：得奖内容主要是拟正则狄氏型，还是还有其它的？

马：还有其它的，得奖的内容实际就是我们在 BiBoS 的合作，可能拟正则狄氏型是最主要的。后来在苏黎世国际数学家大会做 45 分钟邀请报告，罗克纳、阿伯维瑞欧他们都很高兴，阿伯维瑞欧亲自到苏黎世去，他们还帮我准备要怎么讲，因为这个工作讲出来都是合作的嘛。所以，94 年国际数学家大会作邀请报告，92 年是 Max-Planck 奖，回到北京之后，我和严加安一块申请了两个奖，一个是中国科学院自然科学奖一等奖，还有国

[11] 阿伯维瑞欧（1939-），瑞士数学家，德国波恩大学教授，研究领域在微分方程及数学物理。

[12] 罗克纳（1956-），德国比勒费尔德大学教授。

[13] Terry Lyons (1953-)，英国数学家，专长为随机分析，在概率、调和分析、随机微分方程的数值分析和金融数学方面多有贡献。

家自然科学奖二等奖。我经常说我遇到的老师真的很正派，严加安老师真是非常正派，他跟我一块获奖，每次都主动说把我的名字排前面。不像别的老师，只要是老师跟学生在一块儿，一定是老师名字在前面。你想我进科学院，我念的就是严老师的书，油印本这本，而且我后来随机分析的功底，这书给我很大的影响。但是我们一块报奖的时候，严老师自己就认为我应该排前面，他从来没有说："你是学生，你得让着我……。"他很正派，觉得该怎么样就怎么样，真是我的运气很好，也是机缘好。

姜：谈谈狄氏型。

马：说到狄氏型，我最高兴的就是过了 20 年，陈振庆和福岛在 2011 年新出版了一本书[14]，这本书的第一章花了三节来介绍拟正则狄氏型和拟同胚（quasi-homeomorphism）。由于用了拟正则狄氏型和拟同胚框架，所有的对称马氏过程，都可以用某种方式看成是联系正则狄氏型，所以原来经典的结果都可以用，而且做出来的结果又可以返回到经典的上面去。为了庆祝福岛八十大寿，我和我的学生合著一篇介绍拟正则的文章，谈到拟正则狄氏型的意义，首先是福岛第一个把正则狄氏型联系到一个好的马氏过程，那是 71 年的事，这是开天辟地的，是非常大的贡献，把分析和随机联系起来，他 80 年的书是关于正则狄氏型。正则狄氏型要求状态空间是局部紧致空间，所以只能是有限维的。其实我到德国去的时候，阿伯维瑞欧他们都在做无穷维狄氏型，包括很有名的楠岡成雄（Shigeo Kusuoka）[15]，都在用各种方法研究不是正则，但是又要用到的狄氏型，特别是想知道无穷维狄氏型联系马氏过程应该怎么做。我们当时就想做一个可以包含不正则的狄氏型，特别是包含无穷维的狄氏型，也能够联系好的马氏过程的数学结构。

实际上后来能产生拟正则狄氏型，可以说是国际上的研究积累已经水到渠成，因为当时正好国际上有好几个工作都摆在那了，等于是材料和调料都放在那了，看你怎么样把它烤成面包，是吧？原来想的是做一个一般性的框架，结果后来里昂斯和罗克纳他们有个工作，只要是扩散过程，它一定是生活在一个 sigma 紧的空间上面，我们把它一推广就变成只要是右连左极的过程都是生活在 sigma 紧空间上，还有 LeYan 关于拟连续函数与 Hunt 过程的工作。受到这些研究成果的启迪，我们发现拟正则狄氏型的三个条件不仅是推广了狄氏型联系马氏过程的已有结果，而且是充分必要的，既然做到充分必要条件，当然大家都很高兴，这是它的第一个好处。第二个就是，包含陈振庆也发现，只要是拟正则的狄氏型，稍微变一丁点，就可以是正则狄氏型。也就是狄氏型要联系一个好的马氏过程，当且仅当它是拟正则，然后一个狄氏型是拟正则，当且仅当它

[14] Zhen-Qing Chen, Masatoshi Fukushima, *Symmetric Markov Processes, Time Change, and Boundary Theory (LMS-35)*, Princeton University Press, 2011.

[15] 楠岡成雄，东京大学数学系教授，研究概率论和数理金融。

马志明 1995 年从周光召院士手里接过陈省身数学奖证书

是拟同胚一个正则狄氏型，这个圈一转，包括正则狄氏型的很多结果都可以用，而且现在做的很多结果也可以把它换成正则狄氏型。当然它还需要一个 sector condition，至少来说，只要是对称马氏过程，对称右过程，它永远联系一个拟正则狄氏型，而一个拟正则狄氏型永远是拟同胚一个正则狄氏型。所以 2011 年的时候，陈振庆和福岛他们的观点就是：我们研究的是对称马氏过程，但是根据拟正则和拟同胚理论，我们永远可以把它看作是在正则狄氏型的框架下。就是因为这样，所以他们在第一章要用三节来介绍拟正则狄氏型和拟同胚，以后的讨论就可以在正则狄氏型的框架之下。这个工作，过了 20 年同行都觉得非常好，所以我觉得这样的工作是有意义的，还是能够留下来的。

李：能不能谈谈跟福岛的互动，对他的印象？

马：我们有这个想法之后，本来是想邀请福岛一块来做的。在这之前因为我在 BiBoS，他也到 BiBoS 访问，所以跟他也有交往。那时候一帮人都在做狄氏型，正好出国以前，严老师建议我们念狄氏型的书，去了正好他们都在做狄氏型。

黄：不是，是因为你原来读了泛函，泛函的底子很好，才能够读这个东西。如果泛函的底子不好……

马：因为狄氏型用了很多泛函，对，我泛函的功底好。实际上史泰特、Blanchard 他们都用狄氏型来研究量子力学，singular Schrödinger operator, 阿伯维瑞欧和罗克纳在做无穷维的 $P(\Phi)_2$ 量子场论，从这个角度出发用到狄氏型，所以他们也请福岛来访问。我因此认识福岛。当然那

时在我心目中，福岛是大专家，你想我们都在学他的书，所以那时候想到要做一个框架，我就写信给他，他非常支持。本来我是说我们一起来做，福岛很正派，他觉得我们已经做到那个程度了，不该搅和进来。他从日本给我发了一个电报，说我们的结果必将成为今后研究马氏过程的主要文献之一（will certainly be one of the main references in future study of Markov processes），建议我们尽快发表。在我的印象中，好像拟正则这个名字都是福岛建议的。

黄：你跟罗克纳写的那本书是 non-symmetric?

马：对，non-symmetric，因为一开始做的是 symmetric，后来罗克纳说干脆直接用 non-symmetric。

黄：对，non-symmetric 也可以，sector condition 要有。

马：Sector condition 是要有，但是就是说可以比 symmetric 更宽一点。我们那时候做出拟正则非对称狄氏型（quasi-regular non-symmetric Dirichlet form），但还是要 sector condition，后来罗克纳有个学生 Stannat 做到广义的狄氏型（generalized Dirichlet form）。Stannat 的框架可以不要 sector condition, 当然他也是有个拟正则的条件，拟正则的条件都跟我们的一样，但是他的框架可以不要 sector condition。拟正则这个概念现在看起来，因为它是充分必要条件，另一方面又经由拟同胚跟正则狄氏型联系到一块，所以基本上做这个领域的工作，经常会引用我们那本书。

姜：后来你就离开狄氏型了？

马：到现在也还在做狄氏型，还在做。

姜：你后来做的很多 SPE ……

马：后来就做半狄氏型（semi-Dirichlet form），另一方面，有一段时期我对随机复杂网路感兴趣，结果做着做着微软又跟我们合作，现在又做生物，跟生物领域合作。最近我们这篇文章被 *Annals of Statistics* 接受了。

姜：你现在变成统计学家了？

马：现在国内的统计学家很愿意把我算上，我原本是做概率的，但我对统计的兴趣比较多一些，可能比较喜欢。我这个人心胸也比较开阔一点，国内统计申请成为一级学科，我都签字。有些做数学的担心统计成了一级学科就离开数学了，其实我觉得挺好的，它成了一级学科这不是大家都很宽裕吗？研究生名额、经费都更宽一些。

黄：有些人觉得统计抢了数学的一些名额或经费，但不应该这样想！

马：不应该这样想！我到处讲统计很重要，同时我也讲，统计和数学要相互欣赏，我跟统计学家这么讲，跟数学家也这么讲。这句话发明权不是我，发明权是何书元[16]，何书元大概是在有一次的会议上讲统计跟概率要相

[16] 何书元 (1954-)，现任中国概率统计学会理事长，从事概率论与数理统计的教学和科研工作。

接受英国拉芙堡大学荣誉博士学位（2004 年）

互欣赏，我就把它借过来，我说统计和数学要相互欣赏，做数学的不要觉得统计抢了数学的饭碗，做统计的也一样。一方面做数学的要尊重做统计的，做统计的做实际问题，有它的难处，数学家老是自作清高，觉得我做的问题多难；同时做统计的也应该认识到，统计是离不开数学的，统计要发展必须要用到数学，所以“相互欣赏”这个词正好。

黄：我跟台湾的统计有联系、有合作，一起做东西，或者审他们的东西，可是在台湾像我这样的人不多，因为两边还是有问题。

马：这是全球性的，统计和数学两边互相有些瞧不起，但我始终觉得应该是相互欣赏。

李：刚才听您讲，您泛函分析很好，听严老师也说他因为泛函很好，所以念迈尔（Paul-André Meyer）[17] 的东西他能马上看进去。过去受教育当中，您泛函分析是自学的？

马：对，我是自学的，其实去科学院以前，泛函分析我念了不少。

李：念的是什么教材？

马：当时可能还没有什么很好的教材，当时有一本大厚本关肇直的泛函分析。关肇直和华罗庚当时都是数学所的头。关肇直写的泛函分析挺厚的，他后来做非线性泛函分析。关肇直的泛函分析大厚本，我想我那时候可能没有念完，但是我念了前面的，还有李文清的泛函分析，他可能是在厦门大学吧！他写了一个小薄本的泛函分析，也写得很精练。我那个时候

[17] 迈尔（1934-2003），法国数学家，在随机过程的理论发展上扮演了举足轻重的角色。

很天真，我念了李文清的泛函分析，还给他写了信。那时候我因为刚刚念这个，里面讲到测度论，讲到单调类定理，单调类定理这么神奇，我以为是李文清发明的，我写信给他说这个单调类定理非常好，然后我想问他个什么问题，他理都不理我。自学的人有时就有这个苦处，想向人家请教，人家不理你，所以我很感谢白苏华，重庆师范大学的金纯德以及张芳，他们在你摸索道路的时候给你指点路，这样的人对你帮助最大。

李：您自学的时候，习题全部都做？

马：基本上习题全做，吉米多维奇的习题集我基本做完了，最早是把樊映川的高等数学里面的习题都做完，都是自己做。我记得有一次多元函数的微积分里面，有一道题我怎么样就想不出来，想了一个星期，想出来之后很高兴，这真是有那感觉，所以有自学经历的人有了这个习惯将来就比较好。

姜：现在大陆上还是鼓励自学吗？

马：我是鼓励，但不同老师的风格不一样，严老师也鼓励自学，他有篇文章专门说培养能力比传授知识更重要，也是鼓励自学的。我也经常跟学生说，如果能够自学，永远比老师教的效果好。老师教的内容一般印象都不深，就像我们走路一样，人家带着你走，七遍八遍也记不住路，自己走一遍就知道路了。

黄：你们那个年龄层，由于文化大革命的原因，很多人是自学，使得你们这一代出来了很多很好的人。

马：我们这一代出来的都很好，没出来的就没出来了，出来的都是磨练出来的。在攀枝花时自己闷着头学，当时我周围的小伙伴都不理解你在干什么。小伙伴一块打扑克抽烟，赌博就赌烟，后来我也腻味了，打通天亮那样赌有什么意思，自己觉得还是念点书有意思，而且总觉得念了书总会有用的，虽然不是很明确。当然就是找到了数学书，如果找到其它书，找到象棋书，也许就去研究象棋，也有可能。

姜：现在的学生是反过来的，要知道有什么用才要往下读。

李：您觉得现在的学生，就以概率来说，应该具备，应该学些什么东西？什么东西应该特别扎实？

马：我觉得还是能力，意思就是自学的能力。

李：但是哪些东西，哪些数学学科的东西是需要的？

马：数学的基本功肯定是要的。

李：您的基本功是指哪些？

马：比如说，代数、分析、几何、统计，拓朴，拓朴不要很深的拓朴，点集拓朴。然后分析，比如说实分析和复分析，特别是实分析，我个人觉得实分析对于做数学的思维训练很大，譬如没有学实分析，如果连可列（countable）与不可列（uncountable）的区别，连连续统假设（continuum hypothesis）都不知道的话，会经常出错。我第一次学了可列不可列的区别，唉呦那时候真的是高兴的不得了，居然还有这种区别！可列乘以可

与太阳神（宁夏岩画）作伴（2004 年）

列还是可列，但是 (0, 1) 区间的实数集合是不可列的，虽然这些实数都是有序的。这种训练是要有的。

黄：这些基础的磨功要会，像这些要读。

马：对，如果你只知道小学的算术，是不管用的。但是你后来知道这个实数空间，还可以抽象一些性质变成距离空间，它有很多性质跟实数空间都差不多，然后有拓朴空间，又把距离空间的部分性质进一步抽象，有这样很完美的抽象的训练，我认为不论做数学的哪个方向，这种训练都是需要的。

李：现在大陆上的本科生，哪些东西是必须的？

马：不一样，像北大、复旦、南京大学，还有科大等，它们的数学这些知识一定是有的。但是我知道有一些工科院校，不太知名的学校，它们的数学知识面就非常窄，这样的学生哪怕是学校的前几名，推荐来做我的研究生，我面试问几个问题他们就不知所措了，他们缺乏这样的功底。缺乏这样的功底数学可能就做得不深。其实做概率不能只懂概率，那是做不好的，像狄氏型和泛函分析连在一块儿，实际上是一种综合能力的训练。而且我从来都跟学生说，不能说我就是做这个，一辈子就做这个，那是不行的。实际上最关键的就是要有自学的能力，遇到问题自己能够去找到参考文献，找到方法去做，而不是只用我这边这个去做，老师教的东西永远不够。我现在也经常跟学生说，老师教的再多，实际上可能离开老师之后会发现老师教的东西远远不够用，大部分都得靠自己，所以能够自己充电的人，肯定将来会有成就；自己不会充电，离开老师就不行了。

李：如果要给学生建议，对于怎么选择研究的题目，您有什么建议？

马：如果给学生建议，我总是跟学生说，不要看一篇文章，或者看一本书，就

完全被它束缚住，一定要去想想，也许要先想想，他是怎么想出这些东西来的？他的研究背景是什么？另外绝对不要完全相信它，这是我经常给学生的建议，不要看一篇文章，觉得它就像是圣经一样，绝对不是那回事，一定要有自己的想法。而且往往我自己也有这样的体会，有时候一个定理，我看不懂它的证明，我自己想出了一个证明，我反倒觉得更轻松一点。当然自己要想出证明，不走它那条路，很可能你自己已走出一条新路来。所以我有时候鼓励学生自己去想证明，你的方法不见得全部比它好，但在某些方面会比原来的有些优势，这样你就有些创新了。实际上有几次跟研究生讲怎么做学问，我都爱用华老的话，应用数学所华罗庚是我们的所长，经常讲怎么做学问，他说："读书要从薄到厚，从厚到薄。"这些都是很有意义的，读书一开始从薄薄的一本书，你要把它全部理解，就变厚了，最后你理解它全部的精髓，其实就是那么一丁点装在你脑子里面。

李：消化了以后就是自己的。

马：就变成自己的，念书要跟自己原来脑子里的知识体系结合。指导学生一般我都会避免直接给学生出题目，因为你出的题目往往是你自己觉得可以做出来，但学生就做不出来。每个人的知识背景不一样，知识框架不一样，所以我鼓励学生自己找题目。我的学生做的方向很宽，从生物到资讯，到狄氏型、马氏过程，基本上学生的知识背景适合走哪一方面的，我鼓励，有时候也稍微指点一下。但是如果他自己想到要做什么，就顺着他的思路给他出点主意，这样可能比较好。现在的学生说实话也跟过去的学生不一样，我的学生有些我根本没教他们金融数学，他们毕业后也能在金融公司找到好工作，只要他们找到好工作，我也挺高兴的。

姜：所以大陆上还是有很多学生愿意学数学？

马：愿意学概率统计的很多。概率特别是统计声誉很好，希望学统计的学生很多，但是我们统计的老师很缺乏，因为毕业之后都有好的工作，都不做老师了。

黄：在美国，很多做统计的是大陆去的！

马：对。

黄：在美国占了很多位置，他们不回去，你们统计的人就不够。我二月去印度也有这个现象，他们概率的人年轻的不少，不过是他们自己培养的没有跑到美国去，可是他们老一辈的讲，现在他们统计有问题，年轻一辈的人不够。

马：我们那儿也是，我们概率的要想从美国找好的人回来，很难。因为他能够找到好工作，反倒是学很纯的数学的，学得好的他愿意回来，因为在美国也不一定能找到好工作。其实我觉得现在在大陆，学生最大的问题在于毕业之后的就业，这是个大问题。

姜：他们不要留在大城市，如果跑到省籍的大学去？

马：那就好一些，在北京肯定很糟糕。大陆的有些学校现在有这种情形，它先

2007-2010 届国际数学家联盟（IMU）理事会合影，左一是马志明副主席

答应你做我学校的老师，让你占了这个位置，给你两年的时间，可以一边教书，一边算是做博士后，叫做师资博士后，当然也有直接就做博士后的。

黄：你怎么会做两次中国数学会理事长？是什么机缘？

马：说起来这个话题又很有趣了，我第一次做中国数学会理事长是 2000 年，一开始我很不想做，特别因为要主办国际数学家大会，但他们硬要推我，我后来也就接下了。然后硬要我做国际数学家大会组委会的主席，这个肯定不是我自己想做的。反正就把我推到这个理事长的位置上，我就做了，由于大家的共同努力，做得很成功。理事长只能做一届，下一届换成别人。中国数学会的章程是过了 60 岁的不能够被推荐为理事长，再换届的时候，我正好还没过 60 岁，还能做！我觉得大家主要认可我不会阳奉阴违。虽然我并不会跟任何人贴得很紧，之所以人家第二次还愿意让我做，我想就是觉得我比较坦诚，特别是跟前辈打交道，我都不隐瞒我的观点，这点我相信他们都是认同的。

黄：你做 IMU vice president 是在哪一届数学会理事长任上？

马：是第二届，我 2002 年国际数学家大会是组委会主席，2002 年那一届国际数学联盟选举的时候，把我推荐为国际数学联盟的执委会委员。从 2003 年元月一号，做了四年，到了换届的时候，稀里糊涂的，我自己都不太明白，就把我的名字放到副主席上去。国际数学联盟的执委是差额选举，会多两个名字，然后大家投票，最后两个是当选不了的。但是副主席反倒是同额选举，我做了一届执委心想做一届也就够了，结果反倒把我的名字放到副主席来，不需要差额选举，我就又做了一届副主席。所以一届执委会委员，一届国际数学联盟的副主席。

李：在这当中有没有什么可以提的事情？

马：有喔！我体会最深的，还是跟人打交道一定要平等。那里面有一些人是

学问很高的，有菲尔兹奖得主。但是不管他的学问多高，打交道时，你越是直起腰杆跟他们讲话，关系越好处理；你越是觉得要很尊重他，打交道时越不行，越做不好。我做数学会理事长的时候这样，在国际数学联盟里面也是这样，总归基本就是，我有什么不同的看法我都不隐瞒，我觉得这样反倒人际关系比较好处理些，如果你老觉得自己的观点跟别人不一样，不好说，矛盾就会越积越大。说出来，反倒好，他可以同意也可以不同意，不同意可以再交流，同意了更好，至少这样别人对我是放心的，不管我的观点跟他一样还是不一样，对我是放心的。对了，国际数学联盟里面有件有意义的事是可以说的，我做执委那一届，国际数学家大会做报告的，大陆的好像只有一个。2006 程序委员会（program committee）里面的成员，几乎没有发展中国家的数学家，而且遴选 45 分钟演讲人的 Panel 里面，大陆本土的也没有，有大陆出来在美国的。那一年在执委会得知程式委员会确定的演讲人初选名单之后，不仅是我，执委会还有其他人也觉得稍微有点偏颇，希望程式委员会作一些调整，但他们也没有调整。后来执委会成立了一个以格罗切尔（Martin Grötschel）、皮恩和我三人组成的 PC/OC Guidelines 修改小组，修改文本由挪威的女数学家 Ragni Piene 起草。修改小组的文本经 IMU 执委会讨论通过后，提交 IMU 会员大会投票批准成为正式文本。在修改的条例中关于国际数学家大会的定位，认为数学家大会应该展现所有数学分支及世界不同地区进行的最好的工作。新的章程还规定在挑选程序委员会成员的时候，一定要包括发展中国家的数学家和女数学家。这样，在组织程序上使得世界不同地区的最好数学成果能被程序委员会注意到。

黄： 今年的 ICM 在首尔，概率方面 45 分钟演讲，亚洲的包括印度，包括中国、包括日本、包括澳洲，只有 Kumagai 一个人。

马： 对，这个跟程序委员会的组成关系非常大，程序委员会是国际数学联盟决定的。这个是没办法避免的。

黄： 你做过中国数学会的理事长，对于大陆现在整个数学的发展，有没有什么看法？

马： 现在中国做数学的人肯定是很多的，而且在国际杂志上发表文章，在国外到处做报告，这些人都满多的，但是中国最大的缺陷，缺少我们自己开创的领域，这个也跟中国国内的急功近利非常严重有关，在一些地方和部门，动不动就是文章篇数，或者 SCI，这个最影响学术发展。按照我的观点，真要做得好，就得埋头苦干，哪能够急急忙忙发表文章呢？在科学院还稍微好一点，在科学院我们没有要求博士毕业的时候要有两篇 SCI，国内的许多大学要求毕业必须要有两篇 SCI，才可以得到博士学位，这样的话要想做好的研究工作，是不可能静下心来做的。中国人老想得菲尔兹奖，得诺贝尔奖，就凭中国现在这个急功近利的状况，就我看，很难。

李： 研究题目通常也都跟着外面的。

马： 就是短平快，什么东西能够发得快，就做什么。你想，真正做得好的工作，

如果是完全新的，往往审稿人一下子也看不出来。如果是跟那些现在很红的人做的东西，你做了一点小修补，就很容易发表，而且还登在很好的杂志，这是很影响学术发展的。所以我很欣赏彭实戈[18]的工作，他能够有自己的学术思想，能发展自己的研究方向。我觉得中国现在能够有自己思想的工作，太少了，这个现象是我觉得现在最影响大陆科学发展的。

黄：你的意思是这不止是数学的问题，还有别的学科也一样，都是急功近利。

马：是的，这是我在大陆大声呼吁的事情。包括评国家奖他们都有一个评价指标，看在什么杂志发表，根据发表的杂志打分。这太不像话了，这是最害人的，这样使得优秀科研工作都想在国外发表，给国内杂志带来很大困难。我们不要都得跟着西方人跑，其实我经常说数学是文化，同样的事情，可以用不同的数学框架，可以用不同的数学语言把它讲出来。如果你有个大家都用的框架，这个框架就占上风了。我那天还在跟李邦河[19]讨论，我说假如人类最早先发现非标准分析，说不定我们现在微积分就都是非标准，就另外一回事了，对吧？但是非标准分析后来就推不开，为什么？因为做数学的人都习惯标准分析了。这就跟英语一样，其实英语并不是最好的语言，但是它称霸全球，现在说要把法语推广到全球，没有人愿意去费那样的劲。所以一样的，我们现在用十进制，因为十进制占了上风；如果一开始是二进制占了上风，不就大家都用二进制了吗？

姜：DNA 是四进制的。

马：对呀，生物就是四进制的，如果大家都用四进制，四进制不也就推开了？实际上数学跟自然科学不完全一样，它有人的因素在里面，你用十进制换到二进制，它本质上是一样的，但它表现形式是不一样的。用非标准分析还是标准分析，这个也是历史的机缘，是吧？自从电脑能够打汉字之后，现在汉字在很多时候比别的文字方便，因为它一个小方块含的信息量比别的大，只是设计程式的时候辛苦了点，但是用起来，比敲英文字母要优。你敲一个汉字，汉字一出，它的信息量就大一些，所以王选[20]的功劳满大的。

黄：大陆在概率方面是不是有这个传统，老一辈的，像严士健或侯振挺他们对晚辈都很照顾？

马：实际上大陆概率基本上是几个，一个是王梓坤[21]他们从俄罗斯过来的；

[18] 彭实戈 (1947-)，山东大学数学研究所所长，中国科学院院士，为中国金融数学的奠基人。

[19] 李邦河 (1942-)，中国科学院院士，主要从事微分拓扑、低维拓扑的量子不变量、非标准分析和广义函数等领域的研究。

[20] 王选 (1937-2006)，北京大学教授，中国科学院院士，为汉字激光照排系统的创始人。

[21] 王梓坤 (1929-)，曾任北京师范大学校长，概率统计教授。1991 年当选中国科学院院士。

还有许宝騄，他在北大，他的概率统计影响了一批人。他文化大革命不久就过世了。然后好像是华罗庚后来倡导要做运筹、概率什么的，像严士健、王寿仁他们就转过来，王寿仁在西南联大时曾得到许宝騄的指导和帮助，因此有人说他是许宝騄的学生，北师大的概率统计教研室是严士健创建的，陈木法[22]是严士健的学生。

黄：严士健本来不是做概率的。

马：不是，他是 50 年代的时候转过来的。真正到外面去学的是王梓坤，到俄罗斯去学了回来，本土的就是许宝騄，像严士健、王寿仁他们都是后来自己转的，那时候运筹学概率论都是后来数学所说要发展这些，他们临时学的。概率论不论是老师学生，都比较和谐，学生也比较和谐，可能也都受老师的影响。一般的人也许总是希望要有收获，说我要有多强多强，像我们没有这个观念。做学问谁的东西好，我就用谁的、学谁的，这有什么关系？过去陈木法的书[23]我也不是太熟，最近因为做了概率与生物的交叉，就用了他那么多的东西。

黄：我是有点惊讶，因为我看你那些书都跟他没有太多关系。

马：对，基本上没有交集，但是我们做学问做到这里正好要用到他的结果，我们没有门户之见，不因为这是他的东西我不要用，对吧？有些人就有这个忌讳。而我从来就觉得做学问没有什么界线，我觉得做什么好，我去做就是了。

姜、黄、李：谢谢！

马：说了半天就是缘分是吧！

姜、黄、李：谢谢！

本文原载于台湾中央研究院《数学传播》2016 年第 2 期。
感谢《数学传播》允许本刊转载此文。

[22] 陈木法 (1946-)，中国科学院院士，北京师范大学教授，曾任中国概率统计学会理事长。

[23] Chen, M.-F., From Markov Chains to Non-Equilibrium Particle Systems, 2nd ed. World Scientific, 2004.

数学家让日本成为第三个绕月国家

蒋 迅

1991 年，日本宇航局发射了第一颗飞向月球的卫星“飞天号”（Hiten[1]），它还携带了一个小一点的月球轨道环绕器“羽衣号”（Hagoromo）。日本人希望“飞天号”把“羽衣号”推送出去，让“羽衣号”落入月球引力场，日本就成为继美苏之后第三个环月的国家了。但好事多磨，“羽衣号”被推出去之后，日本宇航局就与它失去了联系。日本人希望改用母星“飞天号”去完成“羽衣号”的任务，但是“飞天号”根本不是为环月设计的，它所携带的燃料也不够。于是美国国家航空航天局喷气推进实验室（NASA Jet Propulsion Laboratory，JPL）的两位科学家为日本人设计了一条新的轨道。这使得日本实现了成为

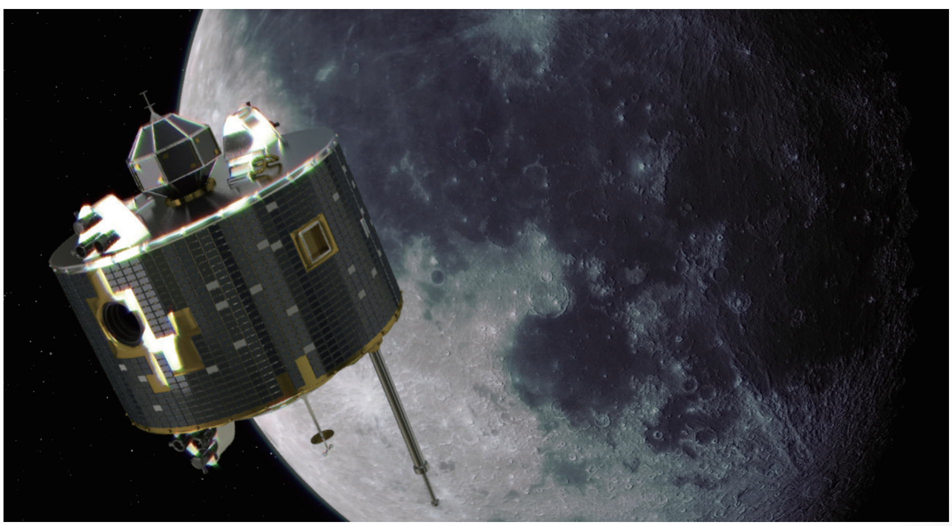


图 1. 日本“飞天号”卫星（来源：Spaceflight Insider/Go Miyazaki）

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Hiten.

图 2. 贝尔布鲁诺在一次天文学会上演讲
（来源：维基百科 / Edward Belbruno）

第三个完成绕月国家的梦想。这其中的关键人物就是美国数学家贝尔布鲁诺（Edward Belbruno[2]）。

1. 加入 NASA 喷气推进实验室

贝尔布鲁诺 1951 年在德国海德堡出生。当时他的父亲是驻德国的美军军官。两岁的时候，他的父母返回美国后定居在康涅狄格州。他就在那里长大并在当地的社区学院学习两年。他从小就聪明，和小伙伴一起做科学实验，15 岁就得到了国家科学基金。社区学院的数学老师对他影响很大。两个小时的考试他可以在 15 分钟做完并全对。他后来因为在社区学院的优异成绩而获得了一个慈善组织的全额资助，从纽约大学获得数学的学士学位，接着从纽约大学库朗所获得数学博士学位（1981 年）。他的导师是德裔美国数学家莫泽（Jurgen Moser）。1960 年代，莫泽严格证明了后来称作“柯尔莫哥洛夫 - 阿诺尔德 - 莫泽理论”（KAM theorem）的天体力学领域里的重要结果。这个结果解决了平面限制性三体问题的稳定性问题。毕业后，贝尔布鲁诺本来是要当一名大学教授的，但当他真在波士顿大学当上教授以后，他才发现自己并不喜欢这个职业，答疑、批改考卷这些事情太繁琐。他是要做研究的人。他毫不犹豫地辞了

[2] http://edbelbruno.com/.

职。JPL 找到了他。他想，也许 NASA 那种研究机构更合适，于是他接受了 JPL 的邀请，当上了轨道分析设计师。从 1985 年到 1990 年，他参与了“伽利略号探测器”、“麦哲伦号金星探测器”、“卡西尼 - 惠更斯号”、“尤利西斯号”、“火星观察者号”等 NASA 航天器的轨道的设计。

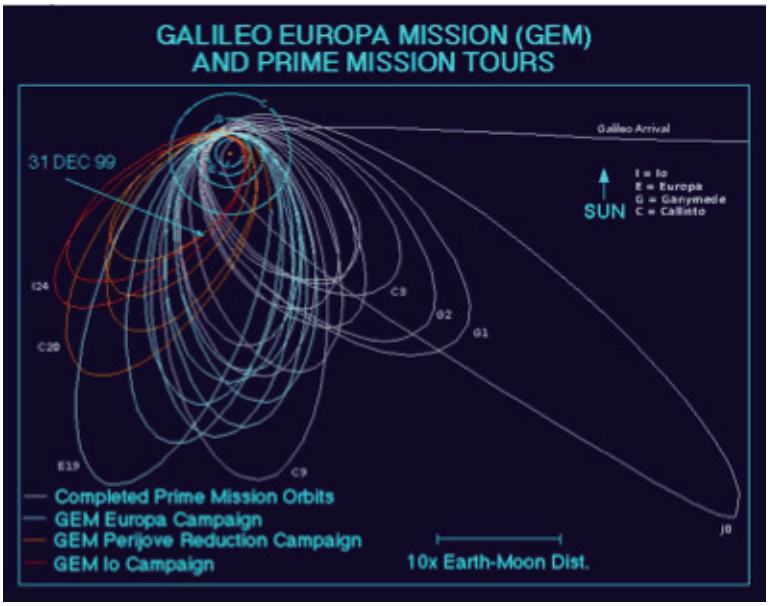


图 3.“伽利略号探测器”主要任务示意图（来源：JPL）

在 JPL 的第一年也不是那么顺心。“伽利略号探测器”飞向木星的轨道设计是他的第一项任务。设计出这样一条轨道后并不是任务的结束。因为当得到了一条轨道之后，人们自然会问：有没有一条更好的轨道呢？或者，当卫星没有严格按这条轨道飞行又会出现什么状况呢？所以科学家们必须计算成千上万的轨道，而它们之间都只有数秒之差。不要小瞧这几秒的差别。这个差别影响了很多设计上的结果：卫星的重量、体积、受热、燃料、引擎、结构、气动、受热等等方面都需要重新计算。这在工程上叫做“多领域多目标限制分析优化”，属于系统工程的范畴。每一个领域都有自己专门的分析软件。大量的参数都是互相关联的。如果没有一个整合平台把它们联系起来，那么这项工作是非常花费时间并相当复杂的。“伽利略号探测器”是一个花费纳税人 40 亿美元的项目，系统工程和优化是绝对需要的。但是对于贝尔布鲁诺来说，找到了第一条轨道后，乐趣就没有了。这样的系统工作有点无聊。他是一名做研究的数学家。他要做把自己的思想火花释放出来的那种工作。

2. 设计弹道月球捕获轨道

第二年，他被调离“伽利略号探测器”团队。JPL 要求他找到一条地月轨道并使得卫星环月飞行。当时 JPL 正在做一个概念性的研究，把电力驱动的卫星送往月球。JPL 的要求是：从航天飞机发射出去，用很小的引擎慢慢地将卫

星螺旋地离开地球飞向月球。但是这里有一个问题：这些引擎太小了，当卫星到达月球附近时，引擎的力量不足以让卫星改变飞行速度和方向（△ V）而进入月球轨道。所以必须找到一种不必用（或极少用）引擎而能让卫星进入环月轨道的办法。他相信自己能得到一个方案，但他觉得自己需要一两年的时间。

JPL 给他的时间是三个月。给他这么短的时间也是无奈，因为整个卫星的设计取决于轨道的选择。所以在他能给 JPL 一个方案之前，JPL 只好把一个二十人的梯队晒在那里。如果在三个月以后拿不出一个轨道的话，整个任务将不得不改变。

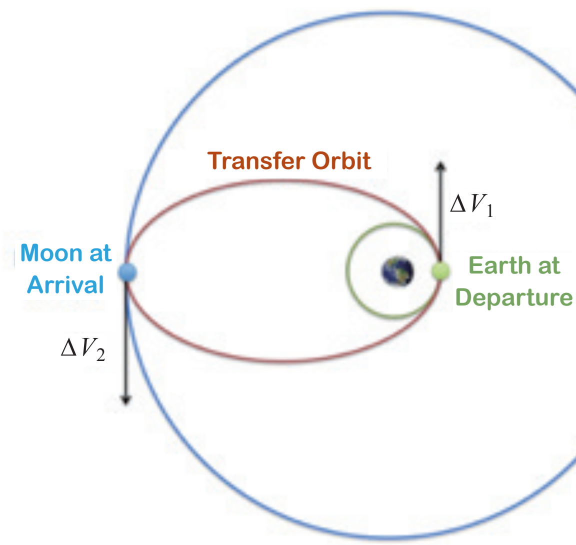


图 4. 地月赫曼转移轨道（来源：科罗拉多大学）

一般地，在地月之间或星际飞行中，人们采用的是“赫曼转移轨道”（Hohmann transfer orbit [3]）。这种轨道途中只需两次引擎推进（实际上是一次加速推进和一次引擎制动）。在图中我们用△ V_1 和△ V_2 表示。

“赫曼转移轨道”是一个经过验证的办法。美国和前苏联都是采用这种办法。按这个办法，卫星以至少每秒一公里的速度飞向月球。但是当接近月球时，卫星必须有效地减速。否则卫星会从月球边上飞过去，而不会被月球的引力所捕获。笔者以前介绍过设计了阿波罗飞船轨道的数学家阿仁斯道夫，设计的是一条∞形的轨道，从△ V 的意义上说，它等同于“赫曼转移轨道”[4]。但引擎制动也是要用不少燃料的。如果没有足够的燃料就无法到达预期的轨道。前面说到的日本的“飞天号”就遇到了这种情况。

[3] https://en.wikipedia.org/wiki/Hohmann_transfer_orbit.

[4] 蒋迅，阿波罗登月中的功臣数学家阿仁斯道夫，《数学文化》第 7 卷第 2 期，2016.

贝尔布鲁诺在库朗所念博士的时候就开始对天体力学感兴趣。事实上，他的博士论文题目就是关于三体问题的[5]。后来在波士顿大学时他继续研究这个问题。虽然二体问题早在三百多年前就已经被开普勒和牛顿解决，增加一个第三体到这个系统来则使得问题变得特别复杂。一个物体的引力不断地在影响着其他两个，所以整个系统就永远地处于一种混沌的状态。“赫曼转移轨道”的本质就是把一个三体问题变成两个二体问题。从地球上发射一个卫星到环绕地球的“停驻轨道”上。然后发动引擎把卫星送入一个高速的绕地椭圆轨道上。这条椭圆轨道的远地点到地球的距离与月球到地球的距离大致相等。当月球到达这个远地点时，卫星正好也到达那里。这时反向引擎点火降速，最后让月球的引力捕捉到卫星。这个方法的缺点是需要耗费大量的燃料。

贝尔布鲁诺想找一个更有效的办法。他注意到“赫曼转移轨道”忽略了引力场空间的分布。也许我们可以巧妙地运用引力场的不稳定性而获得一个无需反向引擎而自动进入月球轨道的办法。如果能在地球和月球之间有一条轨道，就没有变轨的问题了。

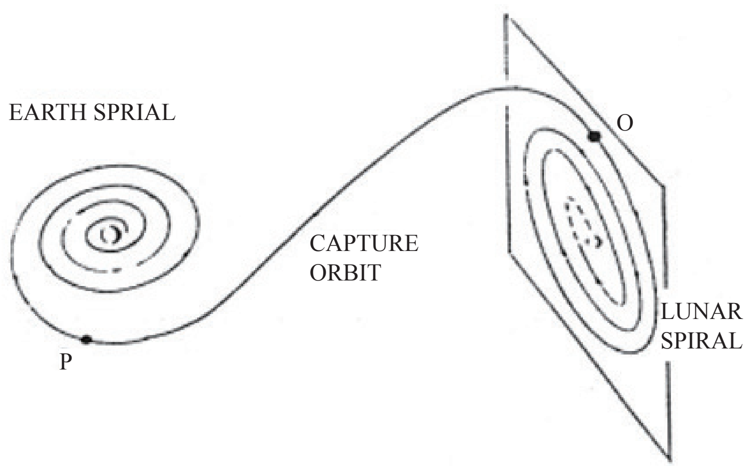


图 5. 地月弹道捕获轨道示意图（来源：Medium/ Edward Belbruno）

这种方法称为“弹道月球捕获”（ballistic lunar capture）。虽然这种方法以前没有人使用过，但是贝尔布鲁诺以他的数学背景坚信这种“弹道月球捕获”是可以做到的，而可以肯定的是这个方法相当复杂，因为他必须运用混沌理论在地球和月球间极为混乱的引力场之间找到一条非常特殊的轨道。

[5] Mathematics Genealogy Project, https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=33432.

3. 画笔助他一臂之力

图 6. 贝尔布鲁诺在进行艺术创作（来源：Edward Belbruno）

贝尔布鲁诺知道，他必须出奇兵，才能创造出奇迹。他的奇兵就是绘画[6,7]。原来他还是一名很不错的画家。当初他上社区学院就是以绘画艺术为主业的。虽然他后来改学数学，而且以后又曾几次放弃数学而去追求艺术，但他终于还是又回到了数学和科学。 可贵的是，他尝试着把艺术融会到了他的数学和科学里。

图 7. "Cosmic Orbit"（宇宙轨道）（来源：Edward Belbruno）

[6] Painting the Way to the Moon, A Feature documentary about the Art & Science of Ed Belbruno.

[7] Edward Belbruno, Fly Me to the Moon: An Insider's Guide to the New Science of Space Travel, Princeton University Press, 2007.

贝尔布鲁诺使用的过程是让潜意识帮他找到轨道。创作时，他让自己下笔如飞，根本没有时间考虑，完全是靠着潜意识从地球画到月球。“艺术与科学是一种完全不同的思维方式。”而他相信他的作品里包含着某些关键的信息，在创作的时候他能冷静下来，于是更具有创造力，从而理清复杂的他在考虑的科学问题。几个明显的区域里是一些圆圈形状，然后渐渐地变细。这些区域的边界是轨道开始和结束的地方。边界位置，称为“弱稳定边界”，是指航天器可以很容易离开地球或用很少的燃料捕获在月球周围。边界表示地球和月亮的两个重力场之间的过渡区域，是为了弹道捕获航天器必须通过的区域。这些运动在这些过渡地区是微妙的（混乱的）。他的作品看似梵高的“星空”，他的手法简直就是梵高再现，因为梵高的一大特点就是创作迅速，这跟一般的西方油画家极不相同。他让手中的画笔下意识地迅速游走，让混沌驱动他的创作。从他的创作中，他找到了一条轨道。他立即在 NASA 的计算机上去模拟验证。一切都似乎正如他所预想的那样，卫星在没有引擎驱动的条件下进入月球轨道。在模拟中，弹道捕获第一次实现了。他为自己的“成功”而高兴。他相信 JPL 的领导们一定会欢呼他的方案。

4. 在 JPL 受挫

但现实很残酷。贝尔布鲁诺面对的是 JPL 其他同事的怀疑。想想也可以理解，别人都是传统的“赫曼转移轨道”支持者。而他的设想里竟然是什么“混沌”、“模糊边界”，而且还没有前人去实践过。JPL 告诉他，别再讲这些东西了，我们这里不做这种不靠谱的事。他很失望。好吧，为了生存，他接受了 JPL 给他的常规任务。但是一有时间他就继续搞他的方案。到最后，JPL 高层把他叫去。基本上就是告诉他不要再搞下去了。他坚持己见。JPL 干脆让他走人。

那几天真的是贝尔布鲁诺的恶梦：女朋友走了，得了荨麻疹，还被狗咬到，他的车也突然发动不起来了。他把这次巨变当作一次机会。不做争辩，让他在 JPL 的几年全当没有发生。什么卫星啊，轨道啊，他不干了，他要回去做数学。于是，他决定在那年的秋季转到离此不远的波莫纳学院数学系去当访问教授去。

5. 借日本“飞天”成功

但贝尔布鲁诺似乎命中注定是要在航天上做出成就的。他的“模糊轨道”理论（现在叫“弱稳定轨道理论”，Weak Stability Boundary Theory）是金子就是要发光的。巧的是，日本在同一个月里发射了“飞天号”。故事就回到了本文开头的那一段。其实“飞天号”在发射的时候并不叫“飞天”，而是“MUSES-A”（Mu 火箭科学工程太空船 -A）。它携带的月球轨道环绕器也不是“羽衣号”，而是“MUSES-B”。“MUSES-B”出故障后，日本人将“MUSES-A”改名“飞天”，寄托了他们对其所报的希望。有一天，一位同事詹姆斯 • 米勒（James Miller）敲响了他的门。米勒告诉他，日本希望能成为第三个环月飞行的国家。对此，贝尔布鲁诺当然知道。新闻报导已经说日本的环月飞行器失败了。

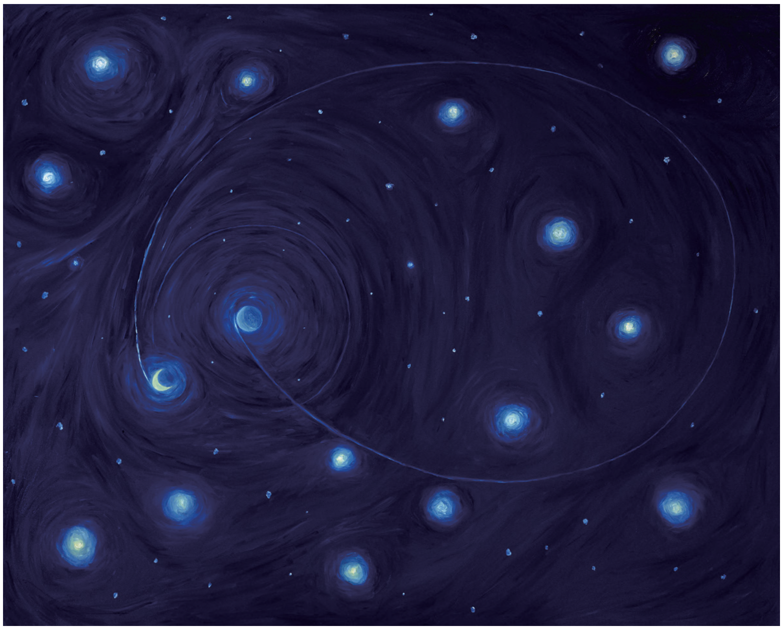


图 8. “Orbit the Moon”（来源：Medium/Edward Belbruno）

他告诉米勒，他已经不做这些事情了，也不再关心环月飞行这样的事情。但后来的情况引起了他的注意。日本人希望用母星“飞天号”代替“羽衣号”去完成环月的任务，而“飞天号”根本不具备赫曼转移的条件。他立即意识到，这是验证自己理论的绝好机会。

贝尔布鲁诺决定要做这件事。他与米勒开始合作。画面上“飞天号”走的是一条绕远的路。这个轨道不是直接飞向月球，而是向相反方向飞出去，绕个大圈再慢慢地飞向月球。只有这样才能在接近月球时实现弹道捕获。读者可能会想，绘画怎么可能帮他找到科学的结果？我专门向大连理工大学航空航天学院教授吴锤结请教过这个问题。他告诉我说，科学与艺术联系紧密。一般科学工作者是用左脑思维，而画家则是用右脑工作。只有充分发挥左右脑的作用，才能最大限度地发挥科学家的能力。艺术在贝尔布鲁诺的研究中的作用实际上不在于他从画画中找到轨道，而在于他的艺术活动使得他更具创造力和领悟、顿悟的能力。但是贝尔布鲁诺确实在多个场合说他的轨道是在绘画中得到的。对此，我们也可以这样理解：贝尔布鲁诺是一位具有坚实数学训练的画家。他早已精读过他的导师莫泽与著名数学家西格尔（Carl Ludwig Siegel）的名著《天体力学讲义》（*Lectures on Celestial Mechanics*）。在这里，绘画的意义已经不再是那些线条和颜色，而是他在艺术活动中的超常创造力和领悟力。这应该是他的下意识能带着他翱翔太空的基础吧。他是一个用双脑做研究的科学家。这与吴锤结的思想是一致的。

6. 弹道轨道是如何计算的

让我们把他的作品抽象出来，看看他们是如何设计这条轨道的。

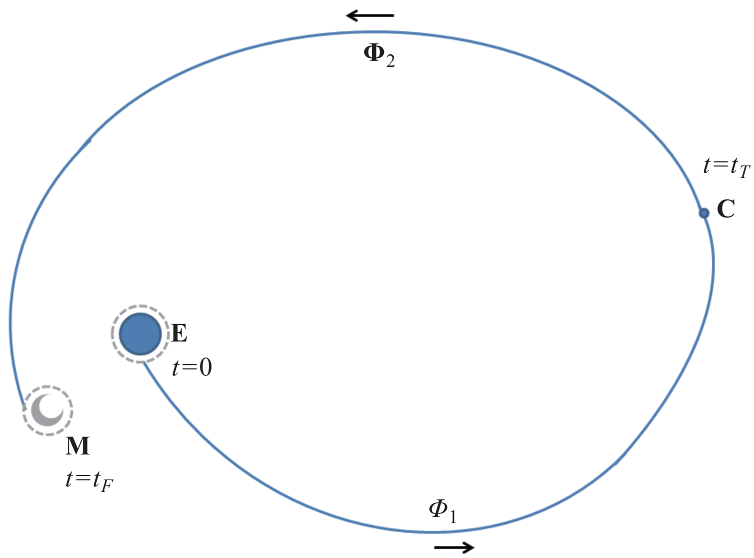


图 9. “飞天号”的轨道

贝尔布鲁诺的思想是，不像“赫曼转移轨道”那样把三体问题转变成两个二体问题，而是把三体问题转成包括太阳在内的四体问题（如果你读过笔者关于阿仁斯道夫的故事，你会发现阿仁斯道夫仍然保留在三体问题里，并用解析数论的方法计算）。

因为是四个天体的相互作用，所以它们的运动方程由下面的方程来表达：

$$m_k\ddot{x}_k=\sum_{\substack{i=1\\ i\neq 1}}^{4}Gm_im_k\left|x_i-x_k\right|^{-3}(x_i-x_k),\quad k=1,2,3,4,\quad x_k=(x_{k1},x_{k2},x_{k3})\in\mathbb{R}^3,$$

这里 x_k 是点质量 m_k 在惯性坐标系里的位置，$\ddot{x}_k$ 是点质量 m_k 对时间的二阶导数。m_1, m_2, m_3, 和 m_4 分别代表卫星、太阳、地球和月球的质量。我们看到的是一个有 12 个变量的微分方程组。假定从某一个时刻 $t=0$ 开始考虑。我们可以假定太阳、地球和月球的的初始位置 $x_k(0)$ 和初始速度向量 $\dot{x}_k(0)$ 是已知的 ($k=2, 3, 4$)。现在需要确定的是卫星的的初始位置 $x_1(0)$ 和初始速度向量 $\dot{x}_1(0)$。注意实际上，这里有两个惯性坐标系，一个在地球，一个在月球。我们忽略这个区别。

贝尔布鲁诺他们先从到达月球的地点出发，向反方向逆回去，假定在到达月球上空某点的时候△ V 为 0，那么这条轨道 Φ_2 应该是什么。我们按箭头反向离开月球（和地球），一直到达离开这条曲线的最远点 C，也就是说，从时刻 $t=t_F$ 返回到 $t=t_T$ 这一段（F 代表 Final，T 代表 Transition）。我们得到 $x_1^2(t_T)$ 和 $\dot{x}_1^2(t_T)$，即从 Φ_2 这段上看卫星在 $t=t_T$ 的位置和速度。

点 C 离开地球和月球都非常远，超过了一百五十万公里。过了此点后的轨道应该被拉回月球和地球方向。他们把这条曲线按时间增加的方向（t: $t_T\to t_F$）做出来，就是“飞天号”从 C 到月球的轨道 Φ_2。我们再来看“飞天号”从地球到 C 点的轨道 Φ_1。当时“飞天号”正在围绕地球的一个椭圆轨道

上运转（没有在图上）。这条椭圆轨道无法到达 C 点。所以他们必须为“飞天号”设计一次变轨，使它离开现有的椭圆轨道，飞往 C 点。他们发现，太阳的引力可以将卫星拉离地月并到达 C 点。他们让卫星在椭圆轨道上做一个极小的变轨，使得它走到轨道 Φ_1 上来。这个变轨必须非常小，因为卫星携带的燃料极为有限。按照贝尔布鲁诺的理论，地球周围是一个稳定区域，在稳定区域之外是一个弱稳定区域（在月球周围和点 C 也有各自的弱稳定区域）。在弱稳定区域里，任何小的扰动都会改变轨道。贝尔布鲁诺正是利用了这个不稳定性，在弱稳定区域里给卫星一个极小的推动就使得卫星走上了 Φ_1。

从 Φ_1 到 Φ_2 还需要有一次变轨。因为沿着 Φ_1 到达时刻 $t=t_T$ 时，我们又得到了 $x_1^1(t_T)$ 和 $\dot{x}_1^1(t_T)$，即从 Φ_1 这段上看卫星在 $t = t_T$ 的位置和速度。从理想状态上讲，我们必须让 $x_1^1(t_T) = x_1^2(T)$ 并且 $\dot{x}_1^1(t_T) = \dot{x}_1^2(t_T)$。最主要的是使得速度方向吻合。我们可以通过调整初始状态来让它们的差达到最小。这次变轨非常微妙，贝尔布鲁诺都一度觉得可能做不到了。好在米勒没有放弃，他们最后找到了答案。

把 Φ_1 和 Φ_2 合并起来，他们就得到了一个完整的轨道。当卫星接近月球时，卫星的速度小于月球的速度，最终利用月球的引力进入环月轨道。这时候卫星已经不需要额外的推力（即 $\triangle V$ 为 0，所以叫弹道月球捕获）。

两次变轨的总和只有 $\triangle V = 48$ 米 / 秒，相当于使用 3 公斤的燃料。而“飞天号”只携带了 7 公斤的燃料。相比之下，如果采用“赫曼转移”的话，需要的 $\triangle V$ 是 250 米 / 秒。这是完全不可能实现的。虽然他们的这条轨道需要的时间大大增加了，但对于非载人的卫星，时间没有那么重要。

他们在 1990 年 6 月 21 日那天联名为日本宇航局提出了这个方案[8]。在他们的传真到达的时候，日本人正处于绝望的状态。突然有人不请自来，送来的方案重新燃起了他们的希望。他们立即动手验证了方案的可行性。几天之后日本人就宣布，他们已经在计算机上实现了这条轨道，他们决定试一试运气。

7. 弹道轨道第一次成功

后来的实际飞行真的是绕了一百五十多万公里。通常三天的路程走了五个月。“飞天号”在 4 月 24 日开始了启程，1991 年 10 月 2 日，“飞天号”进入了环月轨道。历史上第一次成功地证明了“弱稳定轨道理论”成立。他高兴地说，这个设计救了日本，也救了他。事实上，节省下来的燃料让日本人把“飞天号”送到了拉格朗日点 L_4 和 L_5 去执行其他任务，然后再次回到环月轨道上。NASA 和欧洲航天局开始相信这个理论，并在以后的几次任务中用这套理论成功地完成了任务。但这些都比日本晚了十几年。弹道捕获理论还有其他的应用。

[8] E. A. Belbruno and J. K. Miller, Sun-Perturbed Earth-to-Moon Transfers with Ballistic Capture, J. Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 16, No. 4, 1993.

比如有些行星的卫星很可能就是自然弹道捕获的结果。

可能有读者会认为，既然是美国人设计的轨道，日本人能算是第三吗？其实日本人当初也有这个顾虑。他们要求贝尔布鲁诺和米勒签协议保证不对外谈这件事情，但被拒绝了。美国有很多人对贝尔布鲁诺和米勒也有意见，认为向日本泄露了美国的秘密。JPL 也没有因为这次成功而把贝尔布鲁诺招回去。看来在利益面前，是非问题永远是问题。至于日本人算不算是第三，贝尔布鲁诺并不关心。他关心的是这套理论的进一步发展。

8. 从月球到火星

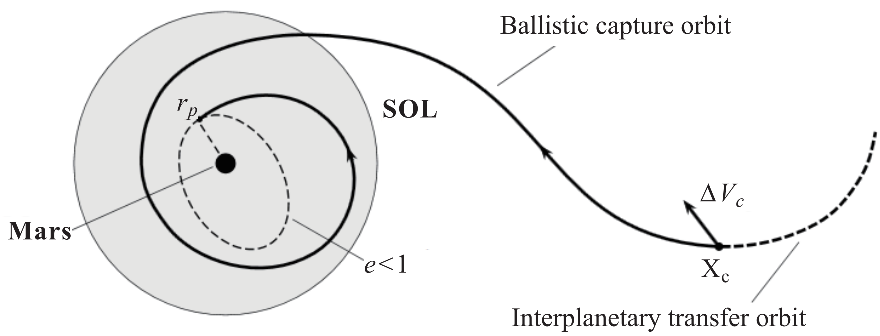


图 10. 火星弹道捕获轨道示意图（来源：Edward Belbruno）

2014 年，贝尔布鲁诺和同事提出了用弹道捕获的方法设计地火轨道 。这条轨道经济实惠，而且不受发射窗口的限制。如果人类想要移民火星的话，这将是一条理想的物资输送线。但是地火的弹道捕获比地月要复杂得多。贝尔布鲁诺等人还有很多细节需要完善。我们知道，数学和艺术将继续扮演重要角色。

鸣谢：衷心感谢大连理工大学吴锤结教授提出宝贵意见！

作者简介：

蒋迅，北京师范大学数学学士、硕士，美国马里兰大学博士。现在美国从事科学计算工作。

好的证明使我们更加聪明[1]

崔继峰　杨城毅 / 译

Martin Aigner 和 Vasco A. Schmidt 对尤里•曼宁（Yuri I. Manin）的采访录。

受访者 Yuri I. Manin 是著名数学家，主要研究领域是代数几何和丢番图几何。现任德国 Max-planck 研究所教授，美国西北大学教授，曾获多个数学大奖。

问：今年的国际数学家大会（ICM）[2] 是本世纪最后一次。您认为是否还有可能出现一位像希尔伯特一样伟大的数学家？当代还有和希尔伯特问题一样重要的问题吗？

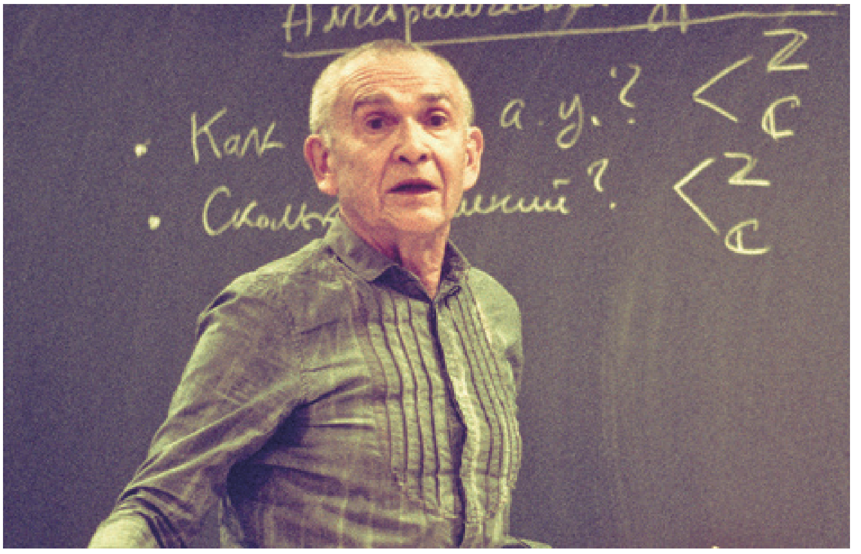
答：我并不十分确信希尔伯特问题在本世纪的数学中是否发挥了重要作用。虽然在心理上，它对许多数学家无疑是很重要的。举个例子，阿诺德曾说，当他还是一个年轻的毕业生的时候，他曾经把希尔伯特的问题抄在他的笔记本上，并且将它随身携带。但是当盖尔方德听说了这件事情时，他嘲笑了阿诺德。阿诺德把解决希尔伯特问题看成了取得数学成就的一个重要组成部分，但是我并不这么认为。我认为进行数学创造的过程所遵循的是已经确定的模式。当你在学习拓扑、概率、数论等知识的时候，在最开始，你会对这些领域有个模糊的了解，然后你就会专注于其中的一部分，接着你就会开始考虑“这儿有什么？”和“什么早已被其他人所考虑过了？”最后在考虑过这些问题并阅读了其他论文之后，你就会开始察觉出一些在你之前没有人考虑过的东西。

问：解决问题的重点是不是和一种浪漫的观点:“征服大山的英雄”有所相似呢？

答：以某种开玩笑的观点来看的话，的确是这样的。我不会说这个说法不恰当。对年轻人来说，通过创造社会认同感来诱导他们去取得一些重大成就，是一种很重要的心理学策略。一个好的问题是一个好的数学思想的可视化体现，虽然这并不能看出通向一定学术高度的具体途径，却能看出在你的面前伫立着一座高山。但这既不是对数学认知的方式，也不是向公

[1] 本文译自：http://www.ega-math.narod.ru/Math/Manin.htm?from=message&isappinstalled=0。

[2] 1998 年在德国柏林举行的第 23 届国际数学家大会。



曼宁在讲学

众展示数学的方式 , 更不是数学的精华。尤其是当一些这样的问题被放进一个列表中，这个列表就像是一个关于世界大国的首都的列表：它只是传达了尽可能少的信息。事实上，我并不相信希尔伯特认为这是规划数学未来的方法。

问：您能否大胆地预测一下，在下一个世纪，什么样的数学方法会在数学中占主导地位？

答：这非常困难。我认为，在 20 世纪，数学是围绕纲领而非问题展开的。在有些时候，这些纲领是被明确制定的，而有些时候，它们则像潮流的趋势一样慢慢形成，比如数理逻辑与数学基础的发展。这明显是一个按照之前所说的方式而进行的发展过程。很明显，在康托（Georg Cantor）的发现之后，我们必须非常深入地思考我们看待无穷的方式，或者用朗兰兹纲领去理解伽罗瓦群。有一个纲领能和我们一起进入下一个世纪。这个纲领可以看作是数学的量子化。当你看到过去的二十年里有多少数学观念以新观念成为旧观念的量子化版本的方式发生改变 (例如量子群、量子同调论和量子计算) 时，你就会发现它是惊人的。我想，这样的改变在未来还会有很多。但这是非常奇怪的，因为实际上任何人都不会去设想出像这样的一个东西作为一般数学发展的纲领。这仅仅是为了理解物理学家们利用他们奇妙的直觉所发明的数学工具，并且从一个纯粹数学家的角度来看，他们所用的是一种富有刺激性但是比较粗心的方式。

问：从历史学的角度来看，您对 20 世纪怎么评价？这是一个重要的世纪吗？

答：我认为 20 世纪是一个重要的世纪。这个世纪的数学成功地协调和统一了不同领域，而且其规模是前所未有的。在这个统一之中，扮演着重要角色的是集合论。最初，康托提出“无限理论”作为数学的新篇章，但是集合论逐渐改变了它的地位，并且发展成为了一种普遍使用的数学语言。

据了解，从一个相当简短的基本术语和运算规则开始，一个人可以创造出递归的语言结构。而这一过程显然与微积分、概率论、数论、拓扑学、微分几何以及其他科目的创始人创造这些科目时所经历的是相同的。因此，整个数学界获得了一种普遍通用的数学语言。此外，因为集合论一方面允许集合理论和数学结构有所区别，另一方面又允许它们运用灵活的语言进行表达（符号、公式和计算），所以，集合论大大地减少了每个数学家在进行数学工作时左右脑之间的切换次数。集合论语言的双重功能成为发展新技术工具、解决旧问题和制定研究计划的基础。数学的多样性首先会与诸如科学界总体的迅速发展和物理学的突破性发现之类的外部现象联系在一起。在我看来，在过去的一百年里，数学领域并没有产生任何可以与量子理论或广义相对论相媲美的成果。但我相信，如果没有数学语言，物理学家甚至不能说出他们所观察到的是什么。物理学的发现和其采用的数学思想方法之间的相互关系导致了这些发现只能用数学语言来表达，这是非常奇妙的。从这个意义上来讲，20 世纪势必会被视为一个具有突破性的伟大世纪。

问：关于这个世纪的数学是否已达到最高水平，您有没有一些看法？

答：在 18 和 19 世纪，当时的数学语言比现在我们所使用的模糊的多。我认为直到 20 世纪人们才开始重新构建数学语言的基础。当这个基础足够清晰的时候，人们就开始广泛探索并不断找到强有力的技术工具，使我们能够把几何直觉扩展到新的领域，比如拓扑、同调代数和代数几何。当技术的发展已经成熟，几个非常困难的问题也都在三十年之内被解决掉了，德利涅证明了韦伊猜想，法尔廷斯证明了莫德尔猜想，怀尔斯证明了费马大定理。他们所有人的工作都不可能在上个世纪完成，因为在那时，数学还不够发达。

问：一些数学家，一定程度上在考虑了计算机通用性的前提下，宣布完成证明。您对此作何评论？

答：如果你抛开证明谈论数学，你就是在谈论一些从本质上就矛盾的东西。证明不能消亡——只有和数学在一起的时候才行。但是数学作为人类文化中被接受的一部分是可以消亡的。我认为，在我们这一代人中，数学家们仍然在坚持做我们所能理解的数学。证明是让我们知道我们所思考的是否正确的唯一途径，这也是描述我们所见事物的唯一方法。证明不只是说服假想对手的论证过程，完全不是！证明是我们交流数学真理的方式。其他的一切——飞跃性的直觉，突然发现的喜悦以及没有根据但是强烈的信念——仍然只是我们的思维。并且，当我们进行一些计算机计算的时候，我们只是验证了在我们检查过的情况下，实际情况和我们的猜想一样。

问：最近报纸上有一则消息说，计算机通过搜索所有可能的办法证明了罗宾（Herbert Robbins）的一个猜想。

答：这当然是可能的。为什么不可能呢？如果你发明了一个好的证明方法，其中包括广泛的搜索或长时间的计算，然后你编写了一个能实现这个证

曼宁和夫人在一起

明策略的程序，这无疑是可行的。但是无论计算机是否辅助证明都各有利弊。一个好的证明是一个能让我们更加聪明的证明。如果证明的核心是大量的搜索和一连串的恒等式，这也许不是一个好的证明。如果一些东西是如此简单以至于在计算机屏幕上显示出结果就足够了，那么，它可能是不值得做的事情。智慧存在于万事万物的联系之中。如果我需要手工计算出 π 的前二十位数字，我在完成后肯定会变得更加聪明。因为我知道，如果我用已知的关于 π 的计算公式去计算 π 的前二十位数字，那肯定会花费我相当多的时间。所以我会设计出一些能减少我工作量的算法。但是当我在电脑中用其他人的程序库中的程序得到 π 的前两百万位数字的时候，我还是和以前一样，在智力上并没有任何提高。

问：如果您有一个漂亮的定理和一个同样漂亮但需要计算一千次的证明，您会介意把这个工作交给计算机吗？这是一个真正意义上的证明吗？

答：这将会像我在纸上所完成的证明一样是一个真正意义上的证明。用计算机证明的过程中，在程序设计中可能会出现错误，在执行计算的过程中可能会出现错误，并且最后在理解如何给所有情况进行分类时也可能会发生错误。我们有一些需要使用计算机来证明的例子，例如四色问题和有限单群的分类。所以，在证明时仍心存疑惑和需要重新检查计算。但是证明中最重要的是，设想出以新角度看待问题的方法。

问：请允许我问您一个有关数学本质的问题。近几年来，数学界似乎在强调应用，您认为纯数学领域在与应用数学比较时是否会产生问题？您有没有觉得，未来经费只会倾向于应用数学？

答：应用数学确实比纯数学得到的经费多。但是我认为在分配有限的资源方面，这并不是经费的问题（因为纯数学不需要也不会消耗太多经费），而是公众注意力和公众价值观的问题。我看到我们的社会越来越脱离传统的启

蒙价值观。公众也不愿意在数学上有所花费。这可能是由大学教育造成的。如果数学成为了一个牺牲品，那么产生这个牺牲品的原因将是公众价值观变化的整体趋势，而不是因为经费都流向了应用。但是我确实认为，从分配给应用的数量资源和这种职业对年轻人的吸引力这两方面来看，经费将会继续向应用转移。应用数学和计算机模拟（大型计算机和数据库程序之类的东西）是有关系的。我曾经把高德纳的一篇报告翻译成俄语。在乌兹别克斯坦有一个关于花拉子米（Al'khorezmi）的专门会议。高德纳从一个有趣的陈述开始了他的报告。在他看来，计算机对于数学界最主要的贡献在于，计算机使得那些对数学感兴趣，并且有几分算法思维的人最终走上了数学的道路。现在他们可以去做他们想要做的了。在此之前这种次文化是不存在的。我非常认真的对待这个观点，并且我相信，在未来潜在的数学家群体中会存在一个编写计算机程序的思想比证明定理的思想更优秀的群体。如果在上个世纪，他们可能已经完成了对定理的证明，但在这个世纪他们没有。我非常怀疑，如果在现代，欧拉可能会把更多的时间花费在软件上，例如他已经在计算月球位置表的工作中花费了大量的时间。并且我相信高斯也会花更多的时间坐在计算机屏幕前。

问：让我们回到应用数学的问题上。在很多时候，一个研究成果往往是由于数学因素而取得成功，但是计算机科学却获得了更多的荣誉，这种情况是真实存在的吗？一个典型的例子是计算机断层扫描。在和我谈过话的人中，从来没有人听说过拉东变换，可这是计算机断层扫描的核心，甚至受过教育的人都认为这是计算机科学家的工作。

答：这个问题的关键就在于，试图通过证明自己是有用的来为自己的担忧辩解的做法是人类天生的弱点。“有用”是一个工程师的词。无论你理解量子力学或芯片或其他什么，这都只是对于纸上公式的理解，是没有实用性的。但是如果它在实际情况中被使用或者变得工程化了，这就是有用的。

问：数学家是否应当更加积极主动？他们是否应该主动面向外界宣称“我们在这儿”？我们是否是因为不赞同这种做法以至于不宣传我们的成就呢？

答：我完全赞同这类“不情愿”。我是一个相当孤僻的人，并且我讨厌把我的观点强加到公众身上。假设我们正在创造某种文化价值，尽管在推广文化的过程中存在普遍问题，但是我认为所有好的事物终将会出现，这取决于公众买不买账。当然，我们之中的一些人可能会试图证明他们是重要的，但是我认为这非常困难。伦勃朗[3]怎么能反对他作为一个穷人而悲惨的死去的事实呢？他怎么能争辩呢？我确实不太了解数学到底是什

[3] 伦勃朗•哈尔曼松•凡•莱因（Rembrandt Harmenszoon van Rijn，1606-1669）是欧洲17世纪最伟大的画家之一，也是荷兰历史上最伟大的画家。画作体裁广泛，擅长肖像画、风景画、风俗画、宗教画、历史画等领域。中年遭遇不幸，晚年生活悲惨。

么。但文化与此相同，因为以同样的方式，我们并不知道伦勃朗的画的是什么，为什么他描绘的是人物？为什么是一个老人和背景？这为什么很重要呢？我们并不知道。这是文化的问题：你不能问“为什么”。

问：您认为数学在文化中扮演着一个什么样的角色？

答：我认为，所有人类文化的基础是语言，而数学是一种特殊的语言活动。数学语言是一种极其灵活的工具，被用以沟通生存的基本要素，表达情感、执行意志、创造诗歌与宗教的虚拟世界、诱惑和定罪。然而，自然语言不是很适合获取、组织和保持我们对大自然日益增长的理解，这是现代文明最具有特色的特征。亚里士多德可以说是最后一个将语言的能力扩展到极限的人。随着伽利略、开普勒和牛顿等人的研究，自然语言在科学研究中被降级成了一个高级传递者的角色，用于天文表编码、化学公式、量子场理论方程、人类基因组数据库以及在我们的大脑之间相互传递信息。使用自然语言学习和教授科学，我们带着我们的价值观和偏见，诗歌意向，对力量的热情和说谎的技巧。但是这些东西都不是科学论述中的必要的内容。而任何科学论述中必要的内容，都是通过数学或是一个由或多或少的结构化数据组成的长列表来执行的。正因为如此，我相信数学是文化中最了不起的成就之一，并且我以一个教师和研究者的身份专注于数学，在每一天的工作结束之后，我依然会对数学感到敬畏和钦佩。然而，我并不认为我能够在当代关于科学和人类价值的公开辩论中，有力地捍卫这一信念。

问：为什么您这么悲观？

答：我将通过提醒在当前的用法中，“文化”成为了一个深刻的自我参照词，来解释我的悲观主义。也就是说，人们想当然的认为文化的任何定义都是通过它们原有的文化背景确定的。哪怕后者也不明确。这意味着，没有客观的记述和对文化的评估来定义文化也是可能的。此外，任何有关权威的文化声明都会改变文化的公众形象，从而改变文化本身。最重要的是，现代文化的话语在很大程度上属于政治话语。当四十年前斯诺（C. P. Snow）开始关于双重文化讨论的时候，我们对这一切都不太了解。基本上，斯诺担心的是，在他周围，科学知识没有被看作是有教养的人所受的教育的有机组成部分这一事实，这与希腊人和莎士比亚正相反。此外，一个人可以公开地甚至是自夸地承认他或她对于物理学基本定律的无知，而不损害他或她作为一个有教养的人的形象。斯诺认为这是由于公众对

文化实际内容的扭曲看法所造成的。并且他希望公众辩论和教育改革能够帮助文化恢复平衡。

问：这两种文化的命题是否仍然相关？

答：他对我们的观察的相关性取决于我们认同他的理想化文化的能力，这种文化包括荷马和巴赫，伽利略和莎士比亚，托尔斯泰和爱因斯坦。恐怕这种能力在很大程度上丧失了。事实上，流行的多元文化思想塑造了许多同样健全的文化形象。以欧洲为起点培育出的深远的文化之所以能与其他文化地区相提并论，是因为像文化帝国主义和欧洲中心主义这样有着轻蔑的含义的名声在慢慢减少。环保主义者将科学和技术归咎于我们对它们的破坏性使用，从而进一步削弱了它们的文化吸引力。具有讽刺意味的是，科学家们为了证明自己的工作而使用同样的论点，现在转而反对他们。解构主义者和论述的后现代化趋势怀疑认可科学真理的基本标准，这些真理可以追溯到伽利略和培根时期。它们试图用极其随意的知识建构来替代这些基本标准。以这种方式，许多有影响力的思想家不只是忽视，而是积极地摒弃当代文化中对应的科学部分。我可能像我所做的一样认为这种情况令人遗憾，但在可预见的将来，我实在无法指望这种情况会得到改善。

问：让我们把话题转回到数学的未来，您个人是否有一个理论："如果我活的足够长，我就会亲眼见证我所想看到的事物？"

答：我想亲眼见证的事物大多是由以下原因所产生的：在我的科学生涯中，我多次改变了我的课题，并且这不是因为我发现了更有趣的事情，而事实上我觉得一切都很有意思。但是我不可能在同一时间把每一件事情都完成，所以第二个最佳策略是转而掌握几个领域。我最感兴趣的两件事，一件是研究数论，另外一件是研究物理学。理解数论中的问题有助于我理解物理学中的问题，反之亦然。在我的心中一个文艺复兴时期的词语"varietà"具有至高无上的地位，而这个词的大意是丰富多彩的生活和世界，与各种经验和思想相匹配，由我们努力仿效的伟大思想所实现。

崔继峰，上海交通大学博士，现任教于内蒙古工业大学理学院数学系，美国工业和应用数学学会（SIAM）会员，中国数学学会会员，硕士生导师。

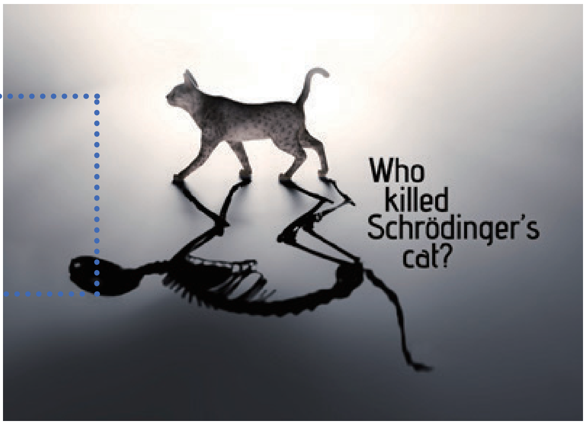
杨城毅，1998年11月出生于江西宜春，吉林大学数学学院统计专业2016级本科生。

乘导航波

Marianne Freiberger/ 文　　陈小刚　崔继峰 / 译

当你不在看它时，月亮仍然在那里吗？你不能知道，因为你必须要看看以检查它是否还在那里，但是你可能会认为它在那里。为什么某些就像月亮一样中性（natural）的事物的存在性依赖于我们正在哪里看呢？

一个粒子在空间没有一个明确的位置，而是同时可以出现在几个地方，这一思想相当于薛定谔的关于一只同时死去和活着的猫的著名的思想实验。



然而，这个被爱因斯坦所提出的作为例证的问题突出了量子力学中的主要问题之一。当理论不适用于像月亮一样大的事物时，这似乎暗示着在最小尺度下，真实性是模糊的。根据量子力学的标准解释，像电子或质子一样的粒子没有准确的空间位置，它们不按明确的速度运动，且对于其他物理量来说，它们也没有准确值。仅仅当我们观察一个粒子即当我们测量它时，通过某些没有人能够明白的神秘的机制，这个粒子才"呈现"一个位置或速度[1]。

奇怪的是大自然看上去好像从根本上是随机的。当我们测量一个粒子时，它所呈现出来的位置或速度就好像是随便选择了一个。借用爱因斯坦的名言，它就像是上帝和大自然在玩骰子。

物理学家认为，大自然以这种奇怪的方式表现是被称作波函数的数学对象所导致的。就像牛顿运动定律描述宏观物体的行为一样，波函数描述微小粒子的行为。你可以利用波函数来计算在一次实验中所有可能的结果出现的概率，例如粒子在点 A 或点 B 出现的概率。它的预测已被证实比物理学中任何其它理论都具有更高的准确度，因而似乎是正确的。但是，如果你将波函数看做是

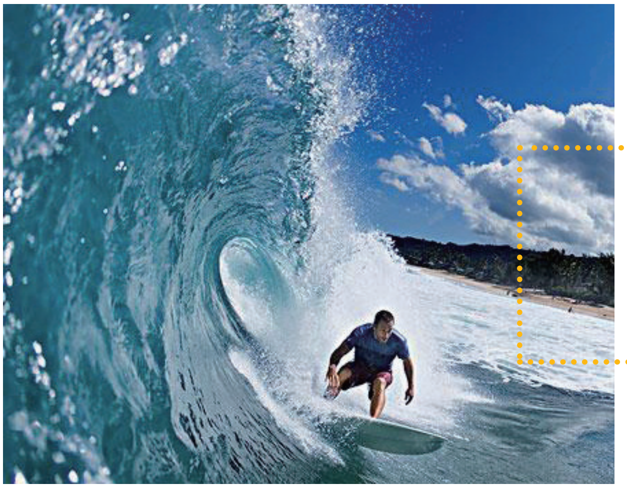
[1] 更多关于粒子测量的问题可参阅：https://plus.maths.org/content/watch-and-learn

真理，那么你必须得接受这样的事实，一般而言，对于像位置或速度这样的属性，粒子确实没有明确的数值。波函数只是不说那种语言。

但是，我们为什么应将波函数视为真理呢？它确实作出了正确的预测，所以在某些事情上是很明显的，但也许它不是全部。我们或许能够增加某些东西到量子力学中，以创造一个新的理论，它不是随机的，且给我们更多关于当我们不观察时那些粒子正在做什么的线索吗？

一、骑浪运动

回答为是。导航波理论就是一个例子，它首先由量子力学的创始人之一的德布罗意（Louis de Broglie）提出，然后被抛弃掉，后来又被戴维 • 玻姆（David Bohm）进一步发展。德布罗意坚持认为，就像我们通常认为的那样，粒子的属性确实是存在明确的数值的。它们沿着明确的路径通过空间运动，且在每一个时刻都有一个精确的位置、速度等。然而，那些路径并不是我们从普通物理学角度来看所期望的那样。粒子运动不服从牛顿运动定律，而是服从量子力学中的波函数。“除了显示测量结果出现的概率这一实际作用，波函数还有另一个作用”，剑桥大学物理学哲学家巴特菲尔德（Jeremy Butterfield）解释说，“它也说明单个粒子去哪里。波函数引导着粒子。这就像一艘远洋客轮的领航员。”因此它被命名为“导航波理论”。



一个冲浪运动员的路径是由他或她所骑行的浪指引着。根据导航波理论，一个粒子的路径也是由一个波指引着。

与普通的量子力学相比，导航波理论完全不包含任何基本的随机性：当我们测量时粒子正好不出现在不可预知的地方。然而，利用导航波理论计算它们精确的路径有点儿像预测一次赛马的结果。包含有那么多的因素——每匹马的种类、跑马场的质量、骑师的心情——你真的是没有机会猜对它。人们诉诸概率来代替猜测，而且导航波理论允许我们做同样的事情。当我们测量一个粒子时，我们可能不能准确地预测它将出现在哪里，但是至少我们能计算出它将以多大的可能性在一特定的地点被发现。在这两种情形下，产生这种不确定性并不是由于这些现象本身是随机的，而是由于我们对其所包含的许多因素的未知。

当德布罗意首次发展他的理论后，这种利用概率来处理我们对一些因素未知的方法在物理上就不是一个新的事物了。在 19 世纪，当人们最初研究气体的行为时，他们很快就意识到他们没有机会跟踪每个单个气体分子的运动，而相反地要采用统计学的方法，最终形成了现在称为统计力学的理论。

幸运的是，由导航波理论（更准确地说，由德布罗意的独创性的设计）给出的可能性与量子力学给出的相吻合——所以量子力学与实验吻合，导航波理论与实验也吻合。关键性的差别是：在普通量子力学中，那种不确定性是由于本身随机性的特性造成的，而在导航波理论下，这种不确定性是由于我们对所包含的所有细节的未知而造成的，就像在统计力学里一样。

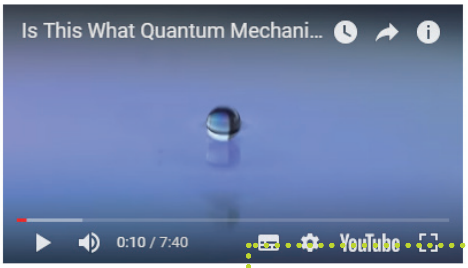
二、谁在寻找？

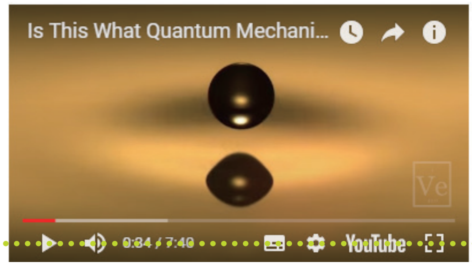
所有这一切听起来非常理智，但是如果所有这些不可思议都消失了，它将不是量子力学。理论告诉我们，你的任何测量行为都对你正在测量的系统干扰得非常厉害，使得该系统发生了激烈的变化。“当你们移动某个巨大的正在进行测量的仪器设备时，它比你们所说的微小的粒子大数十亿倍，你们彻底地干扰了它”，巴特菲尔德解释说。测量的结果敏感地依赖于你正在使用的测量仪器的所有细节，特别地，它还依赖于你决定同时测量哪些量。而且由于干扰是那样的彻底，以至于使得所得结果可能很难告诉你关于系统在你测量以前事实上在做什么。“据此观点，测量在歪曲事实，它在弄乱事实，它没有告知真相——它正在向你撒谎，”巴特菲尔德说。尽管理论容许有一个确定的事实，它在我们不看时仍存在，但是你将永远不会在不知不觉中抓住那种事实。物理学家称这种现象为量子互文性（quantum contextuality）[2]。

关键在于这也意味着不可能同时对某些特性测量得到任何期望精确度的结果。粒子的位置和动量的测量就是一个例子：对粒子位置的测量以一种方式干扰了粒子，它使得测量动量非常困难，反之亦然。粒子的位置与动量之间的这种令人尴尬的关系在普通量子力学中总结为海森堡的著名的不确定性原理。然而，在普通量子力学中，这一原理被看做是自然间的根本不确定性，而在导航波理论中它却被归因于是测量的原则局限性。

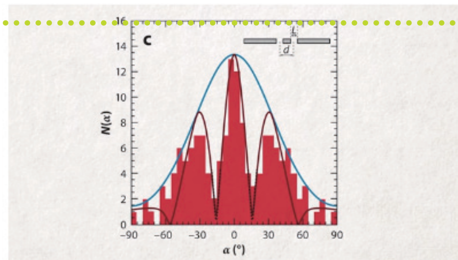
量子互文性也将导航波理论最令人震惊的方面归咎于：再一次引用爱因斯坦的“鬼魅般的超距作用”。几个粒子可能被同一个波函数引导，关于它们能够移开多远没有地理学上的边界。但是由于它们的引导波相同，一次影响地球上一个粒子的测量可能也同时影响另一个粒子数百光年远。这种超自然的效应对许多量子力学的创始人产生了令人不快的影响，包括爱因斯坦，但是从那时起即被证明量子物理学不能简单地回避它。而且，这种现象也在实验中得到证实：它就是物理学家所称的量子纠缠。

[2] 更多关于量子互文性的问题可参阅 https://plus.maths.org/content/contextuality-most-quantum-thing





在这个视频中，米勒（Derek Muller）展示了在一池油上弹起的硅胶油滴怎样产生它自己的“导航波”，而且它还能够再现像双狭缝实验一样的量子效应。
https://www.youtube.com/watch?time_continue=71&v=WIyTZDHuarQ



导航波理论不是量子力学的主流说法，这部分地是由于很难和爱因斯坦的狭义相对论相一致。仅仅是在过去的二十到三十年里它才在物理学家中得到了稍微广泛的认可。一次特别的推动来源于关于硅胶油滴的发现：当硅胶油滴在一池油上弹起时，这些弹起的油滴产生了它们自己的导航波，且再现了由导航波理论产生的行为。它们被自己产生的导航波引导着，再现了量子现象，尽管它们本身并不是量子物体。例如，它们能够创造像波一样的干涉图样，就像在著名的双狭缝实验中电子产生的那样。上面的视频解释了这一现象是怎样出现的。

所以，到底是哪个理论正确，导航波理论，传统的量子力学，还是其他某个理论？没有人知道，而且我们似乎不可能在近期弄清楚这一问题。引用诺贝尔奖获得者温伯格（Steven Weinberg）在纽约书评中所写下的句子:“关于……量子力学的未来,我不得不重复维奥拉（Viola）在《第十二夜》中所说:‘时间啊,你必须要解开这个，不是我。’”

关于这篇文章：

Marianne Freiberger，Plus 数学网站的编辑，她于 2017 年 2 月在剑桥采访了巴特菲尔德。

这篇文章是 Plus 与基础问题学会（FQXi）合作的“Who's watching?”观察者计划的部分内容。

本文译自：https://plus.maths.org/content/riding-pilot-wave

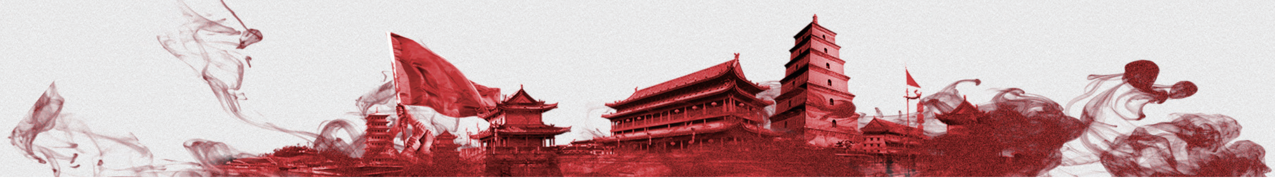
译者简介：

陈小刚，内蒙古乌兰察布市察右中旗人，2005 年博士毕业于中国科学院海洋研究所，现任教于内蒙古工业大学理学院数学系，教授，硕士生导师。

崔继峰，上海交通大学博士，现任教于内蒙古工业大学理学院数学系，美国工业和应用数学学会（SIAM）会员，中国数学学会会员，硕士生导师。

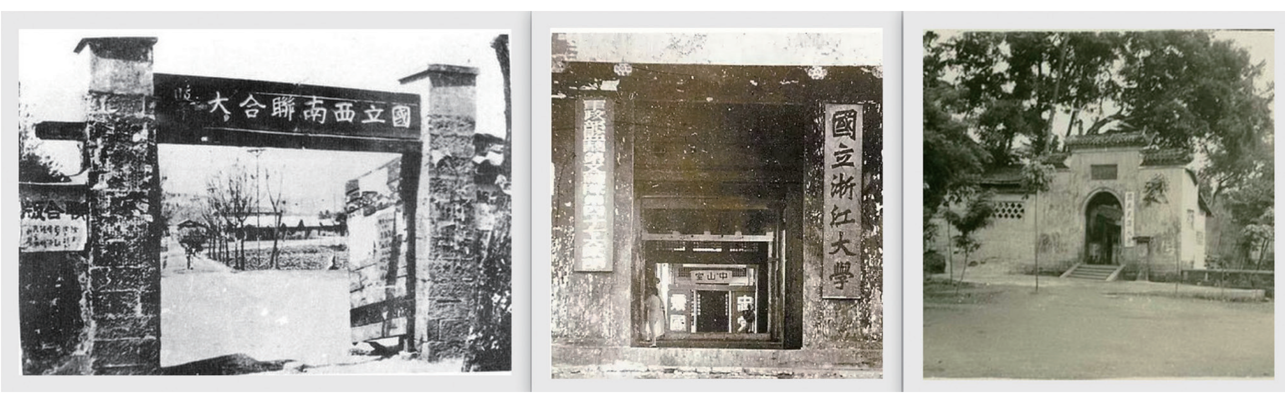
抗日战争时期的新中国数学会

张友余



一、成立新中国数学会的历史背景

1937 年“七七”事变后，日本帝国主义大举进攻中国，华北、华东、华中大片国土很快失守，被日军侵占。在国难紧急关头，为了保存我国的科学技术实力，继续培训各种专门人才，以应国家战时和建设之亟需。原在这些地区的重点大学，奉国民政府之命转移到大后方的西南、西北各省，主要集中在昆明、重庆、成都、城固、遵义、乐山（旧名嘉定）等地。原在这些学校任教的数学工作者，身体健康、较年轻的基本上都随校西迁。其中设在昆明的西南联合大学理学院数学系，是由清华大学、北京大学、南开大学三校的数学系合组而成，集中了我国数学界的大批精英，先后在该系任教的数学教授就有 14 位，他们是：郑之蕃（1887-1963）、姜立夫（1890-1978）、杨武之（1896-1973）、张希陆（1901-1988），申又枨（1901-1978）、江泽涵（1902-1994）、曾远荣（1903-1994）、刘晋年（1904-1968）、赵访熊（1908-1996）、程毓淮（1910-1995)、华罗庚（1910-1985）、许宝騄（1910-1970）、陈省身（1911-2004)、蒋硕民（1913-1992）。这些教授全部都有在海外学习或做研究的经历，有相当高的专业水平，每个都年富力强。最年长者才 50 岁出头，系主任是 40 岁左右的壮年，特别是有 6 位 30 岁左右的青年教授，他们正处于开创性数学研究的最佳年龄段，其中最突出者是华罗庚、陈省身、许宝騄，他们都刚在国外取得重要研究成果，抗战爆



抗战时期的西南联大、浙大、武大

抗战前中国数学会主要负责人（左起）：胡敦复、范会国、朱公谨

发后，为报效祖国辗转来到西南联大，同时带回一批最新资料和书刊，准备继续研究工作。在教授下面，还有一批20多岁的讲师、助教，如闵嗣鹤、段学复、王湘浩、徐贤修、孙本旺、钟开莱、田方增、邓汉英、王寿仁等，他们富有数学才华和相当的研究能力。1939年，在昆明的北京大学数学研究所和清华大学数学研究所又恢复了招收研究生。在这里形成一支庞大的数学研究梯队。

除西南联大外，抗战初期学成归国的留学生到大后方的不少，庄圻泰到了昆明的云南大学，柯召、李国平、李华宗到成都的四川大学，吴大任、陈鹀到离成都不远的乐山武汉大学等等。原清华大学数学系主任熊庆来，此时任云南大学校长。中央大学迁到重庆大学的隔壁，两校集中了何鲁、孙光远、段子燮、郭坚白、胡坤陞等一批知名数学家。浙江大学在日军不断西逼和敌机轰炸下，两年半的时间历经了四度搬迁。在颠沛流离、历尽艰难险阻的搬迁途中，陈建功和苏步青领导的数学讨论班，一直没有中断。1940年2月，浙江大学迁到贵州遵义，数学系设在离遵义75公里的湄潭，该校刚基本稳定下来，就在这一年（1940年），新成立了浙江大学数学研究所，正式招收研究生程民德等，壮大了研究实力。至此，我国数学界当时的研究主力，从北京、天津、上海、南京、杭州、武汉等地基本上都转移到了西南的昆明、重庆、成都、乐山、湄潭等地。

另一方面，我国数学界的学术团体——中国数学会总会的几位主要负责人：主席胡敦复（1886-1978），常务理事范会国（1899-1983）和朱公谨（1902-1961），因他们任职的学校仍在上海而留在上海，与西南各地的联系被日军隔断，大后方的数学工作者开展学术活动，向上海总会请示、商量、汇报都极为不便，困难甚多。例如：《中国数学会学报》第二卷第二期，总编辑苏步青从1939年初开始通知各地组稿，要求把稿件先集中到当时任助理编辑的华罗庚处——昆明

新中国数学会首任会长 姜立夫

熊庆来

陈建功

西南联大数学系，自1月10日-4月14日，在西南就收到注明收稿日期的14篇和未注日期的3篇共17篇高质量的论文。于5月9日该期组稿完毕，然后辗转拿到上海出版，11月从上海发出出版预告，到第二年（1940年）才正式与读者见面。这一期刊物出版花了一年时间，不仅费时，而且影响了研究工作的进展。

另外，全国抗战爆发不久，设在上海的数学会总会发生了一起引起全国数学界极大公愤的事：原在总会协助董事会主席胡敦复工作的董事顾澄，投靠日本当了汉奸。顾1938年3月出任“中华民国维新政府”的教育部次长，1939年4月署理伪教育部部长。国难当头，他丧失民族气节投敌卖国，遭到全国人民特别是数学工作者的唾弃。总会虽然免去了顾澄原任的《数学杂志》总编辑的职务，重新组织了编委会，但是大后方各地的数学会会员，不容许顾澄玷污了中国数学会的荣誉，仍然要求脱离上海总会，重新改组数学会。

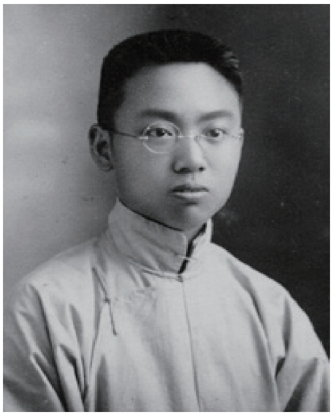
二、新中国数学会的成立

1936年，在中国数学会第二次年会上决定：第三次年会预定1937年暑期在杭州与中国科学社等学术团体联合举行。后因时局突变，抗战在即，年会被迫延期。至1940年，各高校西迁基本稳定后，中国科学社便决定于该年9月在昆明召开年会，同时邀请中国数学会等共六个学术团体联合举行。此时，中国数学会上海总会通知各地：“中国数学会自在北平举行第二次年会之后，迄未再开。缘军兴以来，交通阻梗，无论在何地开会，他处会员为经济及时间所限，事实上鲜克赴会者。惟该会以数年来会员研究所得，亟待切磋观摩，职员亦宜照章改选，为顾全实事及权变计，乃定于八九月间分重庆、昆明、成都、遵义（该地区的湄潭，当时是浙江大学数学系所在地）、城固、嘉定（四川的乐山，古名嘉定，当时是武汉大学数学系所在地）、上海七处举行年会”[1]。除上海遵


《中国数学会学报》总编辑苏步青


杨武之


孙光远


江泽涵

照总会通知于1940年9月1日在上海中国数学会会所召开年会外，其余地处大后方的六处：重庆、昆明、成都、遵义（湄潭）、城固、嘉定（乐山），至今未查到任何有关召开第三次年会的消息，但是却有多处谈到1940年在大后方成立“新中国数学会”的记载。摘录如下：

本文开头引用的文献[2]“至二十九年，会员散居后方者倡议改组，成立新中国数学会，设总会于昆明”。1948年出版的《科学大众》第4卷第5期第261页，刊登过陈省身当时写的题为《中国数学会》的文章，文中说：“抗战开始，中国数学会职员，大部留在上海，不易活动。后方数学界同志，鉴于学术工作，不宜中断，而与上海联络，困难甚多，乃发起组织新中国数学会。于民国二十九年，在昆明宣告成立”[3]。由这两份文献记载证实“新中国数学会”于1940年在抗战时期的大后方成立。至于何月？陈省身教授1993年6月经过仔细回忆后说：“新中国数学会成立的时间，我想是在1940年昆明六学术团体联合年会的会议期间。成立时，除昆明的数学家外，陈建功特地从贵州湄潭赶来参加”[3]。张素诚教授也证实说:“1940年9月在昆明举行新中国数学会年会，有别于上海的数学会，故称新中国数学会。到昆明去开会的人只有陈建功先生。因为交通不便，从别地到昆明去并不容易，且旅费是自己承担的，所以能去的人少。陈建功先生自遵义去昆明，带去浙江大学数学研究所研究人员的论文，记得有陈建功、苏步青、卢庆骏、熊全治和我的文章。选举不易，因为会员散居各地，记得数学会在昆明开会时，只两个干部，一为华罗庚是会计，二为陈省身是庶务。这是陈建功先生告诉我的。”[3]

新中国数学会成立于何日？未查到确切日期记载。根据其他记载分析：

[1] 中国数学会第三届年会上海开会消息。《科学》，1940，24（11）：807

[2]《新中国数学会》。第二次中国教育年鉴，上海：商务印书馆，1948：850

[3] 任南衡、张友余编。《中国数学会史料》。南京：江苏教育出版社，1995，5:63-88


新中国数学会理事兼会计 华罗庚

1940年昆明六学术团体联合年会于9月14日-18日在昆明云南大学举行，日程安排是：14日报到；15日上午举行开幕典礼；15日下午各学会召开会务会议；16日全天与17日上午宣读论文；17日下午公开演讲，末由这次联合年会筹委会委员长、执行主席熊庆来致词散会；18日赴昆明附近工厂参观。1940年9月16日的《云南日报》第4版有一则消息报道，题为："六学术团体联合年会昨日开幕"，文中说："中国科学社、中国物理学会、中国天文学会、新中国数学会、中国植物学会、新中国农学会等六学术团体联合年会于昨日上午九时，在云大致公堂举行大会开幕式……"[3]。这则消息报道值得注意的是，新中国数学会这个名称第一次出现，若要成立必定在16日之前，而联合年会的日程安排仅在15日下午有各学会的单独活动。由此分析，新中国数学会成立的日期大概可能是1940年9月15日。

至于为什么要成立新中国数学会？陈省身教授说："那时我们在昆明搞研究，只认为数学家需要有个组织，在一起讨论研究问题，取个什么名字好呢？想来想去，加个'新'字最简单，目的是区别于当时在上海的中国数学会，另取一名，可以不受上海中国数学会的约束，可以独立活动，所以就叫新中国数学会"[3]。苏步青教授回忆说："这和顾澄有关……。1935年成立中国数学会时，他负责注册登记，出过一些力。可是抗战时期，顾澄倒向日伪政权，在那里当'教育部次长'，在沦陷区继续用中国数学会的名义搞活动，我们在大后方不承认它，所以有了新中国数学会"[3]。四川大学姚志坚教授证实："历史背景是抗战前中国数学会主要负责人之一顾澄投靠日伪政权，故在大后方改名'新中国数学会'。我这项记忆没有错误……。我和本系胡鹏教授谈过这段历史，他的记忆和我一样"[3]。

关于新中国数学会理事会理事名单的产生，中国科学院数学研究所田方增教授回忆，是在"论文报告会散后，及数学界筹建新中国数学会之集议后"。田老回忆说："我在西南联大数学系办公室，收集各地寄来的推选新中国数学会理事会理事选举票，集中后交给陈省身先生"[4]。选举结果，当选的九人是：姜立夫、熊庆来、陈建功、苏步青、杨武之、孙光远、江泽涵，华罗庚、陈省身。再经过理事之间互推，姜立夫当选为新中国数学会的会长，华罗庚兼任会计，陈省身兼任文书。华、陈二人是新理事会中的小字辈，当时他们都未过而立之年，主动承担了新中国数学会理事会中的许多具体事务。其余的七位理事，

[4] 田方增教授1992年6月1日给张友余的回信。

除姜立夫外，全部是中国数学会理事会中的理事，共六人，占新中国数学会理事会九位理事的三分之二，占中国数学会理事会十一位理事的一多半，足见这两会之关系。

三、新中国数学会的活动

新中国数学会自成立之日起，无论抗战时期环境多么恶劣，条件多么艰苦，都因地制宜，坚持每年召开一次学术年会，及时交流大家的研究成果。

下表列出新中国数学会成立后，召开的各界学术年会的时间、地点和当届交流论文篇数[2]。

新中国数学会各届学术年会简况统计表

届　次	年　份	召开地点	论文篇数
第一届	1940	昆明	41
第二届	1941	昆明	63
第三届	1942	贵州湄潭	72
第四届	1943	重庆北碚	48
第五届	1944	昆明	48
第六届	1945	重庆	未知
第七届	1946	成都	未知

陈省身教授对此证实说："新中国数学会成立后，每年有个年会，每次年会交流许多篇文章是有可能的。一个老师带一批学生，比如苏步青先生、陈建功先生，特别是苏先生，他们就有很多学生，这批年轻人学术思想很活跃，一个学生一年写个八篇十篇文章是可能的"[3]。据当时记载，1944 年 10 月在昆明召开的第五届年会上，交流论文的作者及其篇数至少有：华罗庚 6 篇，许宝騄、徐利治、孙本旺各 3 篇，严志达、钟开莱各两篇，程毓淮、江泽涵、庄圻泰各 1 篇[5]。

新中国数学会除每年召开学术年会外，还组织一些与学术有关的其他活动。例如：1942 年春，国民政府教育部学术审议委员会第一次面向全国评选各学科的优秀成果，进行学术奖励。在文学、哲学、古代经籍研究、社会科学、自然科学、应用科学、工艺制造、美术共八类学科中，仅评出一等奖两项。属自然科学类的华罗庚著《堆垒素数论》，是此两项一等奖之一。另一位数学家许宝騄以他的数理统计论文获得二等奖。全国第一次评选学术奖励金，数学界就获得两项重奖，对大后方的数学研究工作者是一个大的鼓舞。新中国数学会专

[5]《中国科学社三十周年纪念昆明区年会暨其他七学术团体联合会》。科学，1946，28（4）：205

新中国数学会理事兼文书 陈省身

门为此于1942年6月3日晚，在西南联大为华罗庚、许宝騄获奖举行了庆贺茶会[3]，以此激发大家进一步搞数学研究的积极性。1943年，新中国数学会与其他学会联合组织学术报告会，隆重纪念牛顿（1643-1727）诞辰300周年等等。用多种方式组织会员参加各种学术活动，激发研究兴趣、培养研究能力，提高学术水平，此时西南的昆明、湄潭等地成了当时中国数学界的活动中心。

新中国数学会有过两个分会：重庆分会和成都分会。重庆分会在1943年第四届年会中成立，成都分会成立于1944年。姚志坚和胡鹏教授回忆说："1944年6月，成都各校召开了一次新中国数学会成都分会成立大会，并聚了餐。主持这次成都分会的是吴大任，出席的教授有曾远荣、赖璞吾、柯召、赵淞、刘为汉、胡少襄、魏嗣銮、李晓舫、张孝礼、余光烺、张鸿基、余介石，稍年轻一点的有陈鹄 、蒲保明、徐荣中、张济华、李绪文等，还有胡鹏、杨从仁、关肇直和我（指姚志坚）以及在蓉各大学的几位青年教师。会上……推吴大任为召集人，并每校推一位委员或理事"[3]。分会活动内容有：宣读论文、交流个人研究心得、请专家做专题演讲等。

又据文献[2]记载："现任会长为熊庆来"。新中国数学会理事会可能有过一次改选。第五次年会，原任会长姜立夫在召开地昆明，而年会主持人是熊庆来，估计在第四次年会中理事会换届，会长更选。1946年，姜立夫出国进修前交待工作中，未提及数学会的工作，也可说明换届一事。

四、新中国数学会的结束

1945年8月15日，日本投降，抗日战争取得最后胜利。1946年5月4日，西南联合大学宣布正式结束，清华大学、北京大学、南开大学各自复校并返回原来校址。这一年，因抗战由北京、天津、上海、南京、杭州、武汉等地西迁的各所学校，都陆续北上或东返原址。1947年10月间，各学术团体在北京、上海分别召开联合年会。中国数学会参加了北京的六学术团体联合年会，但未见报道这次数学会活动的具体内容[3]。1948年10月，在南京召开的十个学术团体联合年会，根据当时的记载，是以"新中国数学会"的名称参加的。胡敦复、范会国、苏步青都分别从上海、杭州赶来赴会，姜立夫、孙光远、陈省身等当时都在南京。中国数学会和新中国数学会两方负责人聚集一堂，共商中国数学今后的发展。1940年因抗日战争非常时期的需要，在大后方昆明成立的新中

提供恢复“中国数学会”历史见证的吴大任

国数学会，已经完成了它的历史使命，主动提出了恢复中国数学会的想法，去掉“新”字，统一为一个数学会，重新改组理事会。陈省身教授回忆说:“1948年10月在南京召开的十个学术团体联合年会，我是清楚的。这次会胡敦复也来了，大家讨论的事，是恢复中国数学会，而不是合并，我请胡敦复、姜立夫等到我家吃饭，吃过饭后，大家在一块拟定数学会会员的名单，不知道谁是会员，就把各学校的数学教授都写上，副教授、教员适当写了一些。会员名单和候选人名单都是我写的。那时我的主导思想就是如何把‘新’字去掉，恢复中国数学会，就是一个数学会。此时的南京已经相当乱了，乱得很，开完年会之后，时局就不行了。至于以后改选了没有，选举结果怎样，我都不记得了。可能没有选成，但是从此‘新’字就取消了，统一为一个数学会。不久我就出国去了”[3]。

这次联合年会之后，1948年10月30日，在南京的陈省身给在上海的范会国写了一封信，全文是：“会国先生惠鉴：在京（指当时的南京）得晤甚快。数学会通知书因整理费时，最近方得就绪，兹另邮附上若干份，旧会员方面乞为斟酌分发，已发通知书名单附上备考。专此即请大安，弟陈省身十月三十日”。

姚志坚教授说：“据我回忆，1948年秋冬之交，看到过这份‘通知书’，它是以中国数学会的名义向会员们发的一封通知书，信是由陈省身教授经手发的，……通知书内容是中国数学会第四次年会会议的情况，具体内容记不确切了”[3]。

南开大学吴大任教授将陈省身给范会国的这封信复印件、连同这份共168名会员的名单保存了40多年，如今成了恢复“中国数学会”的历史见证，证明新中国数学会历时8年，至1948年10月结束。

“新中国数学会”诞生在中国受日本军国主义欺辱蹂躏到了民族存亡的紧要关头，它的出现本身就反映了中国数学工作者以发展科学、增强国力为己任的高度爱国主义精神。在海外留学的青年学子，毅然回国共赴国难，在祖国的土地上，同他们的老师、学生团结在“新中国数学会”自己的学术组织内，大

家以开展数学研究、发展中国数学的宏愿报效祖国。当时的客观条件是：居无定所，食不果腹，少书缺刊，信息不畅，在经常跑警报、躲轰炸的动荡日子里，利用山洞、破庙、茅屋，靠着强烈的拼搏精神，潜心钻研数学，每年拿出几十篇有相当水平的研究论文。其研究成果是战时各学科中的佼佼者，成绩最佳。这些数学研究成果中，有的水平超过战前，个别的达到了世界先进水平，引起国际数学界的瞩目。教育部 1942 年开始评选国家学术奖励金，每年一届，在评选的六届中，自然科学类共获一等奖 8 人，数学家占了其中 4 人，还有 10 余人获二、三等奖，足见其成果之丰。而这些成果全部是战时在大后方取得的，无疑与新中国数学会理事会的组织指导、支持鼓励有密切关系。更重要的是伴随着研究成果，培养了一批青年数学家，他们不仅在知识业务上得到提高，同时受到了战争环境艰苦生活的磨练。这批青年对数学有执著追求，特别能吃苦，善于克服困难，勇往直前，日后多数在国内外都有大的成就，其中相当一部分，成了 50 年代以后中国现代数学建设和高等数学教育发展的骨干和领头人。由此可见，历时 8 年的新中国数学会，是中国数学会 70 年历程中最辉煌的历史阶段之一。不仅不能将这一客观存在抹掉，而且应该从中认真总结成功的经验，也许对今后数学组织团体开展活动以及中国数学的发展有所教益。

最后，笔者再次感谢老一辈数学家陈省身、苏步青、吴大任、田方增、张素诚、陈杰、周伯埙、姚志坚、胡鹏等教授，以及汪伪政权研究专家蔡德金教授等，为本专题提供的珍贵史料。文中若有不妥之处，请批评指教。

转载自《中国数学会通讯》2015 第 3 期。感谢中国数学会授权本刊转载此文。

作者简介：
张友余，1957 年毕业于北京师范大学数学系，陕西师范大学数学与信息科学学院副研究员。数十年来致力于中国现代数学史料的搜集与研究。

北京大学金融数学系建系 20 年回顾

王　铎

1997 年春季学期，北京大学数学科学学院决定建立金融数学系。转眼间二十年过去了，作为当时建系过程的亲历者和创系系主任，每当我回忆起当年的经历，都很激动。

一、建系的动机和背景

当时数学科学学院建金融数学系的决定是在经过几个月的深入细致的讨论后做出的。建立金融数学系的背景主要有以下三点。

首先是由于北京大学已经于 1995 年率先在国内建立了数学科学学院。首任院长姜伯驹院士的建院思想是：数学学科“不只是培养数学家”，也要“培养一大批以数学和计算机为主要工具的，国民经济各领域所需要的应用型人才”[1]。

1995 年新建的数学科学学院整合了原来的数学系和概率统计系，重新划分为四个系：数学系、计算科学系、概率统计系、信息科学系。可见，数学科学学院不仅重视基础数学人才的培养，也非常重视应用数学人才的培养。在刚建院的时候，姜伯驹院长就注意到华尔街雇佣了大批数学博士研究证券市场，而且也注意到留法回国的数学博士彭实戈教授向国家建议防范衍生品交易的风险，避免了国家经济的严重损失。1997 年春季，姜先生亲自组织数学学院的老师们讨论在数学科学学院培养有良好数学基础的金融人才的必要性和可行性以及具体措施。

北大金融数学的推动者姜伯驹院士

其次是由于国家的政治经济形势的需求。当时我国正在申请加入世界贸易组织（简称 WTO），各行各业都在讨论加入 WTO 所面临的机遇和挑战。当我们讨论到金融业的形势时，我们感到我国的金融业跟国际的差距是非常大的，有许多金融产品，特别是诸如期权这样交易量非常大的衍生品我们还没有，而且已经发生过的英镑的大幅贬值，墨西哥比索的暴跌，都是

[1] 见《姜伯驹与数学教育》，王诗宬等主编，八方文化创作室 2013 年出版。

短短几天发生的，引发了严重的经济衰退的后果。因此，当我们加入 WTO 以后，金融市场向世界开放，我们面临的金融风险将是非常严重的。而最重要的是，我们真正懂得现代金融，特别是懂金融衍生品的定价和金融风险防范的金融专家更是凤毛麟角。要应对加入 WTO 以后金融业面临的挑战，就必须尽快培养懂现代金融的复合型金融人才。北大一些校友在华尔街工作，他们反馈给我们的信息是：90 年代以来伴随金融衍生品交易的快速发展，华尔街大量雇佣了数学博士和物理博士，从事金融建模、衍生品定价以及风险防范的“Quant”工作。而且一些著名的大学，如芝加哥大学、纽约大学、卡内基梅隆大学等也都先后开设了金融数学或计算金融的硕士生项目，他们的毕业生很受华尔街金融机构的欢迎。

第三，国家自然科学基金委在 1997 年起开始了“九五”重大项目“金融数学、金融工程与金融管理”，是一个由彭实戈教授牵头，由国内若干个单位共几十位专家联合承担的科研项目。可见，国家已经开始重视金融数学的学术研究和研究生的培养。北大数学科学学院也在 97 年的春天向国家基金委打了报告，提出在北大建立金融数学与金融工程人才培养基地的建议，并且先后组织了多次座谈会探讨培养复合型金融人才的方式。参加座谈的既有数学科学学院的有兴趣的老师，也邀请了当时在南开大学数学系工作的史树中教授，他是国内较早开展经济数学研究的专家，也是“金融数学、金融工程与金融管理”重大项目的主要成员。几位主要的院领导，姜伯驹院长、主管教学的彭立中副院长、主管科研的陈家鼎副院长也都多次参加座谈。我当时还在清华大学应用数学系工作，但由于我对应用数学一直比较有兴趣，姜伯驹院长也邀请了我参加座谈。经过反复讨论，我们对北大从本科开始培养金融数学人才取得了共识。我们认为，加入 WTO 之后，我国金融业必将需要大批具有深厚数学基础，能运用数学和统计学知识，从事数量金融工作的复合型金融人才。作为国家的重

北大金融数学系的首批教师：（左起）吴岚，王铎，黄文灶，杨静平

点高等学府，北大数学科学学院应急国家之所急，为迎接入世的挑战，我们应加快培养这类复合型金融人才。数学科学学院领导班子集中了大家的意见，决定建设一个新的本科系，并聘任我为首任系主任，黄文灶教授为副系主任。姜伯驹院长建议我为这个系起个名字，我参考了芝加哥大学的硕士项目，他们叫金融数学，我跟黄文灶老师商量我们系的名称就叫金融数学系，得到姜先生的认可。经查证，这是国际上第一个以金融数学命名的大学本科系。很快校领导就批准了数学科学学院建立金融数学系。

在代表学院宣布建系的决定时，姜伯驹院长强调了两点：1）金融必将成为研究的热点；2）数学一定能为金融做重要的贡献。姜先生说的这两句话后来很快都得到了事实的验证：1997 年 7 月以后由泰铢贬值开始引发的亚洲金融危机，迅速扩展到亚洲大多数国家和地区，菲律宾、马来西亚、印度尼西亚、新加坡、韩国、日本等国家都相继出现汇率大幅贬值，进而引发了经济衰退。我国为防范金融风险相继召开多次金融工作会议。可见金融已经成为研究的热点。至于数学能够为金融做重要贡献，不仅在 97 年之前就有 Markowitz 的证券投资组合理论等金融数学的研究成果获得了诺贝尔经济学奖（1990 年），而且就在 1997 年底，诺贝尔经济奖颁发给了期权定价理论的研究成果。这两个重要研究成果在 1952 年和 1973 年发表时都引起了华尔街的轰动，被学术界称为华尔街革命。

二、金融数学系的快速发展

我和黄文灶老师接受了建系的任务后，首先就是要组建师资队伍。正在我们发愁不知到哪里才能聘请到能教金融数学课的教员的时候，两个年轻老师主动请缨愿意到金融数学系来，他们是吴岚和杨静平，都是当时概率统计系的老师。他们两个找到我，表示愿意到金融数学系来教书。他们说自己几年前就开始研究保险精算了，而精算的有些专业课也可以作为金融数学本科的课。这真使我和黄老师喜出望外！刚说建系就有了能胜任教学的老师！

我们想，他们两位有保险精算的基础，扩展到教金融数学还是有把握的，而且他们每学期可以教两门，一年就能教四门，而其他的课我们都可以安排学生到数学科学学院其他系上，也可能到经管院系上。而且我们认为，既然金融数学的主要基础课就是数学分析、高等代数和概率统计等，我们完全可以让三年级学生直接选上我们金融数学课。现在我们有老师了，金融数学系马上就可以开课了！我们跟主管教学的彭立中副院长汇报了这个想法，他非常支持。姜伯驹院长立即批准了我们的计划：从当年数学科学学院的二年级的学生中挑选一个班学生到金融数学系（当时学院是二年级第二学期分系），也就是说 1997 年秋季开始我们金融数学系就有三年级的学生了。当时报名的学生较多，我们不按成绩单挑选，而是进行两个内容的笔试：一个是考察学生是否真的对国家经济金融形势关心和感兴趣，我们从当年三月召开的八届人大五次会议公报中挑选了一些经济金融内容要求同学回答。另一个是考察学生的英语程度，考试内容是北美精算考试中的数学基础部分（英语试题）。通过这两方面的考试

我们遴选出24名同学作为金融数学系本科第一期学生。另外吴岚和杨静平从概率统计系录取的3名硕士生，也带到金融数学系，成为金融数学系第一批研究生。98年我招收了一名博士研究生，并有了第一个博士后进站。这样我们系97年建系，两年时间就建立了从本科生，到硕士生，博士生和博士后的完整的人才培养体系。我们在99年就有了第一期本科生毕业，00年第一期硕士生毕业和第一位博士后出站，01年第一位博士毕业。这就是北大金融数学系的速度，我们实现了急国家之所急的初衷。恰好在2001年我国正式了加入WTO，我们培养的国家急需的复合型金融人才也已经开始走向金融市场。

我们在专业教师这样少的情况下，能这样快地实现了完整的教学体系的建立，最主要的经验有以下几点。

1）充分利用北大的整体优势建设金融数学系。我们参考了国外著名大学，特别是芝加哥大学金融数学硕士项目的课程设置，也注意到了英国利兹大学本科数学系也开设了金融数学的课程。我们认为金融数学既然是交叉学科，在培养方案上应充分体现数学（包括统计）与金融的学科交叉的特点。按照北京大学当时规定的本科155学分的要求，并结合数学科学学院前三个学期统一的课程设置，我们为金融数学系本科生设置的课程包括：数学基础课、概率统计基础课和经济与金融基础课，再加上有特色的金融与数学交叉的课程（我们称之为金融数学专业课，建系初期主要是精算方面的课，后来逐渐扩展到比较全面的金融数学课程）。我们的想法得到学院领导的支持，金融数学学生可以在学院内自由选其他各系的课程。我们的想法也得到了经济学院，光华管理学院领导们的支持，很快就协商确定：宏观经济学、微观经济学的课程在光华管理学院上，国际金融和货币银行学在经济学院上。由于是跨学院的选课，而且是基础课和核心课，我们又请示了学校教务部，由他们出面又找了三个学院的主管

95级毕业照

教学的副院长一起协商了具体安排，为长期稳定地保证金融数学系学生能选上这些课达成合作协议（我们也为这两个学院学生选金融数学课开了绿灯）。这样尽管我们教师人数很少，学生的必修课、选修课都很快得到落实。后来又经过一些调整，我们的培养方案稳定下来，也成为许多兄弟院校开办金融数学本科教育的重要参考。自从 2012 年教育部把金融数学设为经济学门类下的特设专业后，已经有 70 个左右高等院校开设了金融数学专业，许多学校把北大金融数学的必修课作为自己的必修课。其中常微分方程、应用随机过程、证券投资学、金融经济学和金融风险管理等课程已作为当前经济学门类中金融数学专业的必修课。

2）金融数学系的快速发展也是由于得到学术界的广泛关心和支持。由于建系初期我们的师资力量很薄弱，总共才有 4 个人，可能是所有高校里最小的系，教学负担是很重的。数学科学学院的许多老师都向年轻的金融数学系伸出了援助之手。概率统计系的程士宏老师、信息科学系的程乾生老师、胡德焜老师帮我们带硕士生；清华大学应用数学系的龚光鲁老师（也是原北京大学数学系老师）为我们开了最初两年的衍生品定价的课；谢衷洁老师，孙山泽老师等都协助我们开展金融数学的科研项目。金融数学系事实上还有数学科学学院的七八位资深教授加盟。张恭庆院士和丁伟岳院士在百忙之中都曾亲自关心金融数学系的建设和发展。在建系不久，张恭庆院士就来金融数学系座谈，他建议我们一定要扎扎实实地做有价值的金融数学研究，他指出，我们的研究不能只在数学圈子里交流，而应当到金融界去交流，不仅能跟金融系的老师交流，而且能到金融业界去交流。这样就为我们的金融数学研究从一开始就明确了努力方向。后来我们几个老师，以及我们带的研究生，积极开展金融数学的理论与应用的研究，而且非常注重紧密联系金融实际的课题。吴岚承担了许多保监会和保险公司的合作项目，还作为保险精算方面的子课题主持人组织本系老师参加了彭实戈院士负责的 973 重大项目《金融风险控制中的定量分析与计算》；

张恭庆院士参加金融数学系座谈

丁伟岳院士出席建系五周年大会

姜礼尚教授到北大进行指导

杨静平开展的关于 Copula 在金融和保险中应用的研究课题连续获得国家自然科学基金委的资助。丁伟岳院士曾多次参加我们金融数学系的日常活动，跟我们交流对金融形势的看法，还亲自为我们指导金融数学研究生。在引进年轻师资方面他也下了不少功夫。同济大学的姜礼尚先生（也是原来北大数学系的老师）在我们建系不久，曾亲自来北大找我谈心。他对建立金融数学系的意义充分肯定，对怎样把这个系建设好，他也提出了具体建议。对我原来一点不懂金融，还无法教金融数学的本科课，他以自己的亲身经历告诫我一定要狠下功夫，自学，补课，必须尽快地胜任金融数学的教学。他说他自己是六十岁开始才接触金融数学的研究，并亲自教金融数学的最重要基础课之一的概率课。他语重心长地提醒我，建立金融数学系不容易，建设好就更不容易，要时时提醒自己:“北大金融数学的红旗能打多久”就要看我们自己是否能狠下功夫提高自身的学术水平了。这对我是极大的鞭策和鼓励。于是我就亲自到金融系去听一门金融的基础课，整整一个学期，认真记了笔记。后来我就在金融数学系讲授了证券投资学。在科研方面我特别感激丁同仁先生（他是我的硕士导师）。正是在他的鼓励下，我建立了跟国际著名金融动力学专家的合作，开始了用动力系统方法研究金融价格复杂波动的机理，连续 3 次获得国家基金委的面上项目的资助，并成功地举办了金融动力学国际研讨会，邀请到 Hommes, Chiarella 等国际著名专家，对推动国内金融动力学研究起了积极作用。从南开大学调入北京大学方正金融研究所（后来又转入光华管理学院）的史树中教授也主动联合我们做银行贷款风险分析的课题，对我们系提高科研水平有很大促进。在建系不久我们主办的金融数学与金融风险防范国际学术会议上，中科院马志明院士、光华管理学院的曹凤岐教授、清华大学的宋逢明教授等都亲临大会作了精彩的报告，对我们系的学术研究是很大的支持。著名的金融数学专家严加

前排左起：彭立中，曹凤岐，胡汝银（上交所），詹向阳（工行），史树中参加建系五周年报告会

张继平院长为精算中心揭牌

安院士和彭实戈院士都先后来我们系作过学术报告。在这些为金融数学系的建设曾经给予巨大支持和帮助的老师中，程民德、程士宏、史树中、程乾生、丁同仁、丁伟岳、黄文灶、陈家鼎等先生已陆续离开了我们，我们将永远怀念他们。

3）我们从一建系就很重视与金融业界的合作。通过四通公司副总裁沈国钧校友的帮助，我们与联合证券公司达成合作协议，他们赞助我们建立了北大联证金融数学实验室，并每年给予10万元的科研合作经费。签约仪式是在北大百年校庆前举行的，程民德院士和张恭庆院士都出席了签约仪式，给我们很大鼓舞。这个实验室运行得很好，在前几期学生的培养中发挥了重要作用。我们的教学工作也得到业界专家的支持。时任华夏证券公司副总裁的留法博士林义相带队为我们开了一个学期的“金融风险分析”的课，中国工商银行城市金融研究所所长詹向阳也亲自为我们学生讲了一个学期金融实务的课。他们的课很受学生欢迎。更重要的是，他们帮助新建的金融数学系扩大了在金融业界的影响。我们系从一开始就很重视学生参加保险精算师的考试，并且通过吴岚老师的努力，先后得到瑞士再保险公司和美国友邦保险公司的赞助，为学生参加北美精算师考试提供报名费，并提供精算资料。这使得我们系有较多的学生能参加北美精算师考试，而且屡获佳绩，曾获全球并列第一，并多次获得全球考试成绩前五名。到目前为止我们的学生已经有30多名获得北美寿险精算师协

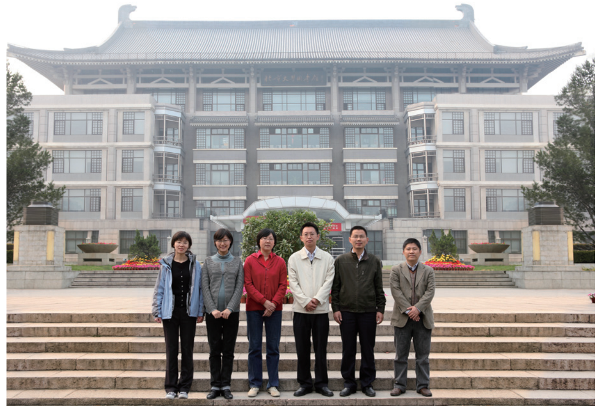

新闻聚焦

1998

中国高校瞄准华尔街

北大建立我国首家金融数学开发实验室

2004 年参加北大出版社座谈会教员合影
（右起）王铎，吴岚，黄海，戴民，杨静平，潘家柱



2011 年金融数学系部分教员合影
（左起）焦莹，程雪，吴岚，黄海，何洋波，杨静平

会和北美非寿险精算师协会，以及中国精算师协会的精算师与准精算师资格。我们也很重视学生的实习，一开始是老师出面帮助联系，不仅有国内一些大公司，而且有新加坡、美国、日本以及香港等境外金融机构，都有我们学生去实习。后来就由学生自己联系了。金融数学系建系后媒体也给予很大关注，在 1998 年 4 月 29 日北大百年校庆前夕，中国青年报用了多半版的篇幅发表了《中国高校瞄准华尔街》的文章，对新建不到一年的北大金融数学系做了全面报导。不久北京人民广播电台也请我去做了一次直播介绍。98 年 7 月 4 日，中国证券报头版发表了《数理工具：现代金融业的宠儿》，再次通过专访的形式报导了北大金融数学系的建设和发展。

4）有一批勇于做出奉献的老师，这是最重要的建系基础。建系初期我们还没能聘到科班出身的老师，所有的老师都是由原来概率统计或数学专业方向转过来开展金融数学的教学和科研。除了建系初期的黄文灶老师、吴岚老师和杨静平老师外，还有潘家柱老师、黄海老师、张志祥老师陆续加盟金融数学系。正是由于有他们勇于克服转学科方向的困难，为金融数学系的建设和发展做出了奉献，才使得金融数学系度过了最艰苦的一段时间，迅速地发展起来。后来还有博士后留系的戴民老师，还有由华尔街回国的徐恺老师，以及年轻的何洋波老师、程雪老师也陆续来到金融数学系。不过潘老师、张老师和戴老师后来陆续离开了，我也于 08 年退休了，现在金融数学系只有 6 个老师，仍然是很小的系。但建系 20 年来金融数学系已经培养了 800 多名本科生，300 多名硕士生，26 名博士生。这些学生绝大多数都活跃在国内的金融市场上，还有一些已成为学术界的骨干。我们建系时确立的为国家培养现代金融事业急需的专业人才的目标，已经初步实现。

三、金融数学系在全国金融数学的学科建设方面发挥了重要的带头和示范作用

建系不久，就有其他院校陆续来北大咨询和交流在数学院系的框架下培养复合型金融人才的问题。特别是 2001 年我国正式加入了 WTO，国家对有数学

第一届全国金融数学与金融工程课程建设研讨会主会场

基础的金融人才的需求快速增长。而如何培养这种复合型金融人才，大家都在探索。我们想，既然我们带头建起了金融数学系，我们也有责任团结国内的同行把金融数学的学科建设搞好，真正能为国家培养合格的数理金融的人才。我们从以下几个方面做了努力。

1、我们觉得很有必要组织全国性的金融数学学科建设的交流活动。在1998年8月28至9月8日，我们举办了金融数学高级研讨班，有来自全国高校和金融机构共110多人参加。在2000年我们组织了一次题为《数理金融人才培养研讨会》的学科建设交流活动，国内外一些已经开展了金融数学教学的

2010年第四届全国金融数学与金融工程学科建设与学术研讨会合影

高校代表到会交流了办学经验。2004 年由北大金融数学系与华南师范大学金融数学与金融工程系联合主办了第一届“全国金融数学与金融工程学科建设研讨会”，并成立了联络组，由北京大学吴岚、南开大学陈典发、中山大学李仲飞、同济大学徐承龙、南京师范大学刘国祥、广州大学李元、华南师范大学易建新和北京大学王铎组成，由我担任组长。联络组商议以后每两年开会一次，办成全国性的学科建设系列会议。后来这个系列会议的名称改为“全国金融数学与金融工程学科建设与学术研讨会”，联络组也改称为学术委员会，大家推举我担任主席。我们每届承办会议的单位是通过类似申办奥运会的方式，通过几个单位的竞选，由学术委员会投票确定。2006 年在内蒙古科技大学举办了第二届，2008 年在山西财经大学举办了第三届，2010 年在上海师范大学举办了第四届，2012 年在曲靖师范学院举办了第五届。由于 2012 年教育部把金融数学作为经济学门类的特设专业，我们决定加办一届研讨会。2013 年在上海金融学院举办了第六届。接着，2014 年在兰州大学举办了第七届，2016 年在北师大珠海分校举办了第八届。这些会议都是北京大学金融数学系作为主办方之一。我们的会议有几个特点一直得到坚持：

(1) 教学和科研相结合，以学科建设研讨为主，每次都有一些院校作金融数学和金融工程人才培养方面的报告，但每次也都有几个重要的学术报告，严加安院士、彭实戈院士都曾在我们的系列会议上作过学术报告，国外境外的专家如伯克利的 O'Brien 教授、佐治亚理工学院的邓士杰教授、台湾清华大学的张国平教授、新加坡国立大学的孙业能和戴民教授、香港科技大学郭宇权教授等都曾作大会报告（既有学科建设的也有学术的）；

(2) 学校与业界相结合，我们每次都邀请了金融业界的专家到会作报告，使得学校老师能了解业界对数学金融人才的需求；

(3) 数学与金融相结合，我们每次开会都主动邀请金融院系的专家参加，第四届研讨会还是由上海师范大学数学科学学院与金融学院联合作为主办方之一；

(4) 大会报告与座谈讨论相结合，我们每次都安排座谈讨论专场，就大家面临的学科建设的有关问题进行深入的交流。

以上四个特点已经形成系列会议的传统，几乎每次开会都能体现这四个特点。这些研讨会对推动全国有关院校金融数学与金融工程的人才培养起了很重要的作用。一些发展得比较好的学校的办学经验得到很好的宣传，许多学校都到华南师范大学、郑州大学、重庆文理学院等单位学习他们在金融数学方面的办学经验。

2、我们尽管师资紧张，教学任务很重，我们也仍然很重视帮助兄弟单位的学科建设。建系以后，我们为各校金融数学教师提供来北大进修的机会。据不完全统计有大约 20 名来自国内不同院校的教师曾到我们系进修，有许多回校后成为金融数学学科建设的骨干，比如云南大学的何树红教授在培养金融数学的研究生方面做出了很突出的成绩；曲靖师范学院的刘俊教授，回校后担任了数学系主任，开展起金融数学本科建设，并成功获得教育部金融数学专业招生授权。我本人自 08 年退休后受聘为特聘教授到华南师范大学协助开展金融数学专业建设，他们也成功地获得了教育部第一批经济学门类的金融数学专业

招生资格，并开始了金融学专业硕士（数理金融方向）的招生。2015 年我被聘到南方科技大学，主持金融数学专业的建设工作，2016 年南方科技大学顺利通过了本科金融数学专业的评估，成为我国公立大学中第一个获得本科经济学学士学位授予权的金融数学专业。

3、金融数学相关课程的教材，尤其本科教材非常困难，国内出的本科教材很少，各校大多选择国外的教材（中译本），但国外金融数学教材为本科生编写的也不多。因此，能为国内金融数学专业本科生编写适当的教材非常必要。为此，我积极动员吴岚和杨静平编写教材。他们作为主要作者陆续出版了《金融数学引论》、《寿险精算》、《非寿险精算》和《风险理论》。这些教科书已经得到许多学校选用，其中《金融数学引论》已经印了 44000 册，《寿险精算》印了 27000 册。我和吴岚又主动与科学出版社联系，得到昌盛社长的大力支持，在 2015 年召开了编委会，决定出版一套金融数学本科教材，并确定了金融数学最基本的几本教材的作者。预计 2018 年就会陆续出版。

4、随着金融数学学科建设在全国的迅速发展，师资短缺的问题非常突出，特别是科班出身的老师非常少。我跟金融数学与金融工程学科建设会议学术委员会商量，得到他们的大力支持，我们学术委员会联合河南省科协、科学出版社等单位共同主办了金融数学的学术会议，并开展了师资培训，由河南省金融工程学会承办，北京大学吴岚教授、对外经济贸易大学王天一副教授、山东大学张德涛副教授分别主讲了《金融经济学》《金融风险管理》和《证券投资学》等课程，这几门是金融数学专业的核心课，几位老师都是科学出版社金融数学系列教材的主要作者。参加培训的有来自 60 多个高等院校的一百多位老师。这次培训对全国金融数学的学科建设的发展将会发挥重要作用。

这 20 年我国的金融事业得到了很大发展，特别是加入 WTO 之后，国际化的程度也有较大提高。我们欣慰地看到，金融数学人才的培养受到了广泛的重视，许多优秀的年轻学子的大学学习选择了金融数学专业方向，许多毕业生也都投身到国内金融事业，发挥了复合型金融人才的作用。一些同学在金融数学学术研究中也做出了出色的成绩。在今年六月召开的金融数学系成立 20 周年纪念会上，姜伯驹院士讲话时指出："金融数学系的诞生是一个从无到有的过程，需要开天辟地的功夫。当初成立时学校领导都很支持并很快通过决定。"

20 周年纪念会

他还指出："当今我们面临更严峻的金融挑战：一方面金融牵扯着国家的政治经济等各方面具有相当影响的因素；另一方面大数据和人工智能等新科技方法已经在金融中有所应用，人工智能发展到一定程度可能对人类社会构成新的挑战。金融数学系的发展任重道远。"

这 20 年，我把绝大部分的精力都投身到金融数学的学科建设之中。一方面我为我国金融数学人才培养事业的迅速发展感到欣慰，深感在北大带头建设金融数学系的过程中自己付出了心血和奉献很值得；另一方面也常常担心我们的办学方向是否正确，不是把高素质金融数学人才的培养只是办成职业教育。但我相信在全国金融数学学科领域的老师们的共同努力下，我国金融数学的学科建设一定会发展得更好。我们应不忘初心，为国家的金融事业培养急需的有道德、高素质、复合型金融人才；不忘初心，坚持理论联系实际，紧密结合中国的金融事业的实践搞好金融数学的教学和科研。我们一定能培养出一批高水平的金融数学专家和金融业界的精英，一定能为我国金融事业健康稳定的发展做出重要贡献。

本文经现任金融数学系主任吴岚教授的审阅和补充，特别是照片主要由吴岚提供，在此深表感谢。

作者简介：
王铎，北京大学数学力学系本科毕业，北京大学数学系硕士，美国密歇根州立大学应用数学博士。先后执教于吉林大学、清华大学、北京大学，教授，博士生导师。1997 年北京大学数学科学学院创建金融数学系受聘为首任系主任。退休后先后受聘为华南师范大学特聘教授和南方科技大学特聘教授。

开普勒猜想

蒋爱红　张小平

在数学发展的历史上，有一种奇特的现象，人们在世俗生活中提出的普通问题，经过数学家的提炼，会成为一个著名的数学猜想。再经过数学家们的攻关，有的被解决了，有的至今也没能解决。这样的数学猜想在被提出来的时候，大都因为和主流的数学理论缺乏联系，成熟的数学思想和方法难以用于解决这些问题，而在解决这些问题的过程当中却产生出了新的数学理论，创设出了新的数学分支。

地图四色猜想是在1852年由一位英国伦敦大学的学生格思里（F. Guthrie）最先提出来的。后来通过英国数学家德摩根（A. De Morgan）致信告诉了数学家哈密尔顿（W. R. Hamilton），直到1865年哈密尔顿逝世，这个问题也没有能够解决。1872年，英国数学家凯利(A. Cayley)正式向伦敦数学学会提出了地图四色猜想。1976年9月，美国伊利诺依大学的两位教授阿佩尔（K. Appel）与哈肯（W. Haken）宣称，他们通过两台电子计算机的运算，证明了这个猜想。但是，数学家们对如何检验计算机运算的正确率存有质疑，从这个意义上说，地图四色猜想仍然是一个没有解决的数学难题。

哥尼斯堡七桥问题是这个城市的居民们首先提出来的。流经哥尼斯堡的普累格河上有两个岛屿，它们之间与岸边由七座桥连接。当地居民在游览观光的过程中试图不重复的一次性走过这七座桥，却从来没有人成功过。这件事情在1736年引起了瑞士数学家欧拉的关注。他很快就用数学方法证明了不重复的一次性走过哥尼斯堡的七座桥是不可能的。

数学家们在探索证明这两个数学难题的过程中，引进了许多新的概念与方法，创立了一个新的数学分支——图论，也催生了拓扑学的诞生。与这两个问题同样著名的就是开普勒猜想。

1

拉雷爵士（来源：Wikipedia）

哈里奥特（来源：Pinterest）

1594 年的一天，英国探险家拉雷（W. Raleigh）爵士在为自己的船队出海远航做着准备工作。他在检查储备物资时，来到了摆放炮弹的位置，当时的炮弹还是铁球的形状，他要求助手哈里奥特（T. Harriot）能否在炮弹仓里尽可能地多装一些。哈里奥特是英国的一名数学家和天文学家，是拉雷爵士船队的技术顾问。哈里奥特按照自己的数学直觉，很快就找到了一种堆积炮弹的方案。数学家的思维是深刻的，这件事情启发哈里奥特联想到了另外一个有趣的问题，如何堆积一堆相同的球体，使它们所占空间的体积最小？哈里奥特后来研究了多种球体的堆积模式，在 1597 年出版了一本研究球体各种堆积问题的书籍，并且由此发展出早期的原子论的理论，为晶体结构理论奠定了基础[1]。

1601 年，哈里奥特在与德国数学家和天文学家开普勒(J. Kepler)的通信中，提到了这个问题。这引起了开普勒的极大兴趣和思考。通过观察，他发现在日常生活中，人们广泛采用的装箱方法是上层球体安放在下层球体中间的凹陷处。受此启示，经过长时间的研究和试验之后，开普勒猜测，球体堆积最节省空间体积的方式应该是这样的，在第一层排列的每个靠里面的球的四周都有六个球与它们相切，然后第二层的球放在上一层球之上，让球的中心位置处于最低的点上，其余各层以此类推。这也是一种化学晶体中原子的排列形式，它的特点是，在一个小的局部里，每个球体都与其余 12 个球相切。他还给这种堆积方式起

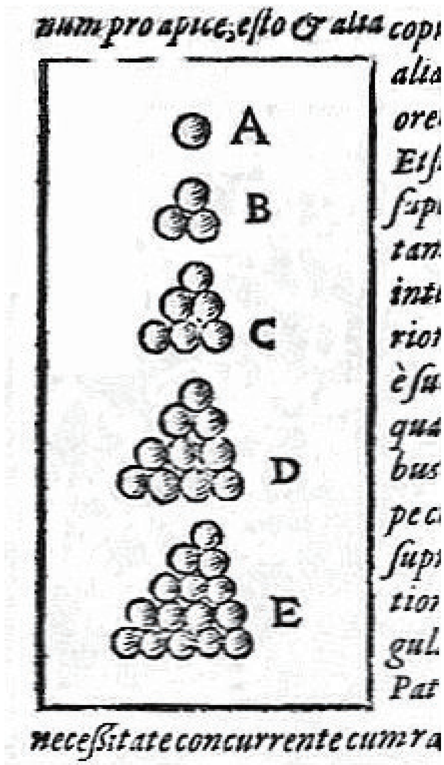
[1] Jeffrey C. Lagarias. The Kepler Conjecture: The Hales-Ferguson Proof. Springer-Veriag, New York, 2011.

了一个好听的名字叫“面心立方晶”[1]堆积法。

1606 年，开普勒写信告诉了哈里奥特他对这个问题的猜想。直到 1611 年，开普勒出版了《论六角雪花》一书，详细讨论了他的这个猜想。在这本书里，他用明确的数学语言概括了这个猜想，如果正方体箱子的容积为 L，球的半径为 r，球装入箱子的数量为 N，可以定义球堆积密度为

$$\frac{\frac{4}{3}\pi\gamma^3\times N}{L}\text{。}$$

根据开普勒构想的“面心立方晶”堆积法，我们可以构造一个理想模型进行计算。设想一个边长为 2 的正方体，分别以它的八个顶点及六个面的中心为球心，放上半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的球体，因此，在这个正方体内，共有 4 个整球的体积（八个角，每个角有 $\frac{1}{8}$ 个球；六个面，每个面有半个球），所以这个局部球堆积密度应该为：



《论六角雪花》中讨论开普勒猜想的一幅图（来源：Wikipedia）

$$\frac{1}{2^3}\times\frac{4}{3}\pi(\frac{\sqrt{2}}{2})^3\times 4=\frac{\sqrt{2}\pi}{6}=\frac{\pi}{\sqrt{18}}\approx 0.740480.$$

如果用这些边长为 2 的正方体为基本单位，填满一只足够大的正方体，就会得到一种球堆积的情形。直观地看，由于这种球堆积的每个局部的密度都是 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$，那么整体的球堆积密度应该也是 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$。因此，开普勒认为，球堆积密度的上确界应该是 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$。

因为球体在空间的堆积可以有无限多种方式，即使在面心立方晶的情况下，每个球与其他球接触的时候都有较大的空隙，所以每个球都会有移动的空间，另外，当球的数目趋向于无穷时，球堆积密度又涉及到极限的问题。正是由于诸如此类的困难，开普勒没有能够从数学上严格地证明球堆积密度的上确界问题。

开普勒在研究这个问题的时候进行过降维处理。他注意到，在平面内，对于一个圆，最多可以同时与 6 个同样大小的圆相切。进而，他发现在三维空间，一个球可以同时与 12 个同样大小的球相切。八十多年以后，这个问题引起了一位大数学家的注意。1694 年的一天，牛顿和数学家格雷戈里（D. Gregory）在剑桥大学三一学院讨论太阳系行星的有关问题时，话题就转到了一个球可以同时与多少个同样大小的球相切的问题。他们共同认为，一个球同时与 12 个

同样大小的球相切是没有争议的。格雷戈里是一位牛顿学说的追随者，他崇敬牛顿，但是不盲从牛顿。由于他的几何直观能力很强，就想到以正二十面体的十二个顶点为中心的球都可以与位于正二十面体中心的一个球同时相切，而且这些球之间还存在很多空隙，经过适当的移动，也许可能至少再放进一个球去与中心那个球相切。不过，牛顿坚持认为，那个球是不可能放进去的。他们也都没有能够给出各自结论的数学证明[2]。这个看似比开普勒猜想简单得多的问题，实际上也成为一个长期未解决的数学难题，被称为牛顿问题。

开普勒猜想和牛顿问题之间的联系是密不可分的，从宏观上看，在球堆积密度最大的时候，而处于局部位置的每个球是否应该与尽可能多的球相切呢？

由于开普勒在这个问题上所做的开创性工作和他本人的名气，从此，一个看似初等的立体几何问题，就被冠以开普勒猜想的美名而成为一个著名的数学难题。直到当今，它和地图四色猜想一样，耗尽了许多数学精英的心智，也没有出现一个被数学界认可的证明。当然，数学的价值并不是仅仅体现在解决数学难题上，数学的发展是在解决数学问题的过程中实现的，只有不断地涌现出新的数学问题，这个学科才有存在的价值。数学的价值主要还是体现在解决数学难题的过程中能否发展出新的数学思想和新的数学分支。开普勒猜想就是这样的数学难题。经过历代数学家的努力，以研究开普勒猜想和牛顿问题为契机，开启了一幕激动人心的数学研究的大戏。

2

作为数学难题的开普勒猜想，虽然在漫长的四个世纪里没有被彻底地解决，但是，对它的研究并不显得冷清，研究大军在探究深奥的数学规律的道路上焕发着旺盛的生命力。

在研究开普勒猜想的过程中，一些具有物理情结的人们很容易想到利用阿基米德计量皇冠含金量的方法，通过实验验证这个事实。在一个足够大的正方体容器里，采用不同的方式，装满相同的金属球，注水恰好淹没球体后，进行观测计算，这样就很容易得到各种的球体堆积密度。迄今为止，没有人通过实验发现局部密度小于$\frac{\pi}{\sqrt{18}}$的球堆积方式。当然验证毕竟不能代替严格的数学证明。

数学家们总是试图通过推动解决一类数学难题以彰显自己在数学界的崇高地位。自从开普勒猜想被提出以来，它就以其表述的直观和证明的艰难而呈现出极大的魅力，吸引着每一个时代许多伟大的数学家们去研究它，去关注它。这些名字都熠熠生辉，矗立于数学象牙塔的顶端：拉格朗日、高斯、埃尔米特、狄利克雷、闵可夫斯基和希尔伯特等等。无奈解决开普勒猜想的艰难程度超乎人们的想象，致使其长久悬而未决。

在解决数学问题遇到困难的时候，数学家们采取的一个方法就是变换问题

[2] 齐民友．《世纪之交话数学》，武汉 湖北教育出版社，2000.

的条件。经过条件的扩张，开普勒猜想和牛顿问题就被从具有现实直观背景的二维和三维空间推广到了更高的 n 维空间，数学家们又进一步地把球堆积问题推广到了一般凸几何体的堆积问题，从而发展出了一个重要的数学分支——离散几何，专门研究高维空间中凸几何体的堆积现象。

H. Minkowski (1864-1909) 第一个系统地研究了格堆积问题

经过条件的限制，数学家们又将任意 n 维空间中的球心置于特殊的整点位置，这就形成了“格点型”的开普勒猜想和牛顿问题，由此也发展出了一个新的数学分支——几何数论或者数的几何，通过格的几何度量去研究整数的性质，开拓了数论和几何研究的新方法。这些数学分支在我国长期以来是个空白，上个世纪五十年代，数学家华罗庚曾经积极倡导在我国开展这方面的研究，但是，由于人才匮乏，直到八十年代末才提上议事日程。

开普勒猜想的突破正是肇始于“格点型”的研究。1773 年，拉格朗日创立了一种新方法，在二维平面上（即只堆积一层），他证明了最简单的“格点型”开普勒猜想，球的格堆积密度的上确界是 $\frac{\pi}{\sqrt{12}}$。1831 年，高斯借鉴拉格朗日的方法，巧妙地利用正定二次型在整点存在极小值的方法，取得了很多成果，他证明了“格点型”开普勒猜想在三维空间，球的格堆积密度的上确界就是 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$ [3]。

在开普勒猜想刚刚被提出来的时期，数学家们只是单纯地将其作为一个孤立的数学难题来对待，关心的也只是二维和三维空间的情形。拉格朗日和高斯的工作开拓了开普勒猜想研究的新局面，向解决开普勒猜想迈出了坚实的一步。更为重要的是，他们引入的新思想和新方法开创了数学研究的一个新的领域，将球体的堆积问题与数论联系了起来。其后，埃尔米特、莫德尔 (L. J. Mordell) 等数学家都在此基础上参与了研究。这一理论的集大成者是闵可夫斯基。他在 1891 年之前开始系统地研究一般凸几何体的格堆积问题，这一年发表了第一篇有关的论文，并于 1896 年出版了《数的几何》一书，提出了作为数的几何的基本定理：

在 n 维空间中，如果一个关于原点对称的凸几何体的体积不小于 2^n，那么，除原点外它一定还包含一个整点。

由此可以得到著名的闵可夫斯基 - 拉斯卡（Minkowski-Hlawka）定理：在

[3] 宗传明．《堆球的故事》，北京 高等教育出版社，2014.

F. Blichfeldt (1873-1945) 最早研究球堆积理论的数学家之一

n 维空间，球的格堆积密度的一般下界为

$$\frac{\varsigma(n)}{2^{n-1}}.$$

其中

$$\varsigma(\mathrm{X})=\sum_{K=1}^{\infty}K^{-X}$$

是著名的黎曼函数[2]。

这是数的几何这一领域中最为著名的定理之一。从此，数的几何作为数论的一个独立分支，开始形成系统的理论，将一大类的格堆积问题转化为数论中的等价形式，开创了研究高维空间凸几何体堆积的新时代，从此，使得“格点型”的开普勒猜想和牛顿问题成为了特殊问题。美国数学家布利克费尔特（H. F. Blichfeldt）是继闵可夫斯基之后最早研究球堆积理论的数学家，对这个学科的建设做出了重要的贡献。他得到了第一个 n 维空间球堆积密度的上界为

$$\frac{n+2}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n},$$

与闵可夫斯基得到的球的格堆积密度下界遥相呼应，他也是第一个求出三维空间球堆积密度不超过 0.883883476 的[3]。

包括布利克费尔特在内的更多的数学家们将精力投入到研究“格点型”的开普勒猜想中，很快就构建起了系统性的球堆积理论，并且取得了很多明确的结论。其中，二维到八维空间球的格堆积的最大密度在 1934 年之前就已经解决，分别是：

$$\frac{\pi}{\sqrt{12}},\ \frac{\pi}{\sqrt{18}},\ \frac{\pi^2}{16},\ \frac{\pi^2}{15\sqrt{2}},\ \frac{\pi^3}{48\sqrt{3}},\ \frac{\pi^3}{105}\text{ 和 }\frac{\pi^4}{384}$$[4]。

牛顿问题似乎比开普勒猜想要简单一些，经过条件的扩充和限制，也被推广成高维空间或者“格点型”的牛顿问题，从而也变得十分的复杂，证明的历程很曲折，长期以来没有实质性的进展。蹊跷的是，牛顿问题取得突破是由现代通讯技术领域的应用数学家们首先做出的。二十世纪五十年代前后，信息论的创始人香农和他的团队在研究电讯信号的数学化问题时，从球堆积理论中获

[4] 李佳牧 . Kepler 装球猜想：进展及相关问题 . 武汉《数学通讯》1999 年第 6 期 .

得灵感，他们将在一个频道中发出的每个信号的一系列音调转化为信息“小球”，为了使一个频道发送的信息量达到最大化，就要求这些信息“小球”必须尽可能紧密的堆积。因此，他们提出了用球堆积理论描述电讯信号的思想，使得球堆积理论成为了信息论的理论基石。在探究如何采用高维空间球的格堆积来传输尽可能多的信号时，他们确定出了和一个球相切的最多球数的一个下界[4]。此后，关于“格点型”牛顿问题的研究开始取得喜人的成果。目前，已经解决了二维到九维空间以及二十四维空间的情形。其结果分别为 6, 12, 24, 40, 72, 126, 240 和 272，二十四维空间的结果是 196560[2]。

关于一般的牛顿问题，1953 年，数学家舒特（K. Schütte）、范德瓦尔登（B. L. van der Waerden）和利奇（J. Leech）等人引入了图论的思想，彻底解决了三维空间的牛顿问题，证明了牛顿的猜想是正确的，只是给出的证明很复杂。后来，美国加州大学的华裔数学家项武义提出来一个漂亮的简化证明[2]。

有趣的是，在二维和三维空间内，一般的和“格点型”的牛顿问题的情形是统一的，分别都是 6 和 12。

直到二十世纪七十年代末，数学家们引入线性规划和密码理论这些当代数学思想和方法，深化了对这个问题的研究，取得了许多丰硕的成果。1979 年，美国明尼苏达大学的数学家奥德里兹克（A. Odlyzko）等三位数学家又证明了八维和二十四维空间的情形也是统一的，八维空间都是 240, 二十四维空间都是 196560。2003 年，数学家穆辛（O. Musin）又证明了四维空间也是统一的，都是 24[2]。至于五维空间的情形，目前只知道在 40 到 44 之间，是否能与“格点型”的统一于 40，至今还没有解决。

一般的和格点型的牛顿问题并不是统一的。数学家们在研究九维空间的一般性牛顿问题的时候，已经发现了一个球和 306 个同样大小的球相切的例子，比格点型的 272 个要多，这层神秘的暗纱还没有被揭开。

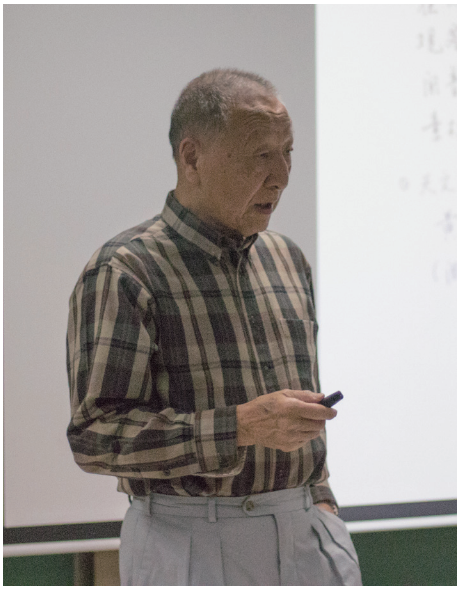
3

相比较格点型的研究而言，一般的开普勒猜想的研究要困难得多，但是，数学家们寻找三维空间球堆积密度上确界的热情始终不减。

1883 年，英国数学家巴洛（W. Barlow）证明了在三维空间有无穷多的球堆积的情形，其密度是 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$[3]。

球堆积密度的上确界不容易确定，那么，数学家们就针对球堆积密度的上界做工作。1919 年，数学家菲尔特（A. Furth）给出了一个球堆积密度的上界是 0.884，英国著名数学家罗杰斯（C. A. Rogens）在 1958 年给出了球堆积密度的上界是 0.7797。数学家们沿着这个思路，在努力缩小这个数值，以逼近面心立方晶堆积方式的密度，直到 1993 年，莫德尔（D. J. Muder）经过创新的计算思路，将球堆积密度上界的数值逼近到了 0.77305[3]。然而距离开普勒猜想的 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$ ≈0.740480 还有很多工作要做。

1959 年，罗杰斯教授用调侃的口吻说道：对于开普勒猜想，“每一个物理


华裔数学家项武义长期研究开普勒猜想

学家都知道这个结论，每一个数学家都相信这个猜想，在三维空间中球堆积的最大密度就是 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$。”[4] 在 1976 年举行的一次评述希尔伯特二十三个问题的国际会议上，菲尔兹奖获得者米尔诺（J. Milnor）针对开普勒猜想的研究，无可奈何地评论道：实在令人啼笑皆非，因为正确的结论在高斯时代就已经知道了，所缺少的仅仅是一个证明[4]。

数学大师希尔伯特生前非常关注开普勒猜想的研究。1900 年在巴黎召开的第二届世界数学家大会上，希尔伯特提出了著名的二十三个问题，其中开普勒猜想被列为第十八个问题的一部分：如何平移堆放的无穷多个同样的物体，比如球和正四面体，使得其堆积密度最大？希尔伯特在论述这个问题时，提到它的艰难程度，预料在二十世纪不会很快地解决它。

直到 1992 年，在巴黎举行的首届欧洲数学家大会上，组织者根据开普勒猜想，用许多乒乓球和一只透明的纸箱，设计了一个超大的模型，悬挂在大会报告厅的最醒目位置。一是为了纪念希尔伯特当年在此提出的二十三个数学问题，二是在提醒数学家们，其中的开普勒猜想依然是个未解之迷。

4

匈牙利有一个数学世家，祖孙三代都有人在研究开普勒猜想。1953 年，第二代的费耶什•托特（Fejes Tóth）对于一般的开普勒猜想的证明曾经提出了一个证明计划，基本思想是利用分拆空间的方法，把开普勒猜想的证明转化为有限的情形，然后用归纳法来完成这些计算。1964 年，他进一步提出了具体的证明思路，数学家狄利克雷与瓦若诺伊（G. F. Voronoi）在 19 世纪提出来一个分拆空间的想法，可以构造一组被称为瓦若诺伊多面体的凸多面体，使其两两互不相交且恰好充满整个三维空间。费耶什•托特设想，让每一个球都包含在相应的瓦若诺伊多面体中，这样，球的体积与相应的瓦若诺伊多面体的体积之比就产生了一个局部密度。如果存在一种能够穷尽所有可能情形的计算方式的话，只须证明每一个局部密度总不大于 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$，那么开普勒猜想就可以被证明[4]。

华裔数学家项武义一直在研究开普勒猜想，受费耶什•托特的启发，凭借对几何理论的透彻理解，他娴熟地使用经典的球面几何语言以及先进的向量和微积分技巧，将繁复的运算转化为线性规划的优化问题，其中有些优化问题

具有几十个变量。他于 1990 年对外宣称证明了开普勒猜想，随即预印了一批论文分发给这方面的权威数学家们，请求他们审查。经过一年，就有数学家指出了论文中存在一些明显的错误。项武义对此作了修正，并且简化了证明，于 1993 年公开发表了一个长达 100 页的证明文本。1995 年，他针对数学界的质疑，又公开做出过答复。然而，数学界的同仁一般的看法还是认为项武义的证明是不完善的。匈牙利数学世家中第三代的数学家加伯 • 托特（Gabor Fejes Tóth）认为，项武义的证明思路虽然是正确的，但是，具体的证明过程存在瑕疵，主要是对一些直观的事实没有给予严格的数学证明，就轻率地当作“显而易见”的结论使用了[3]。

另一位后来也宣称证明了开普勒猜想的数学家黑尔斯（T. C. Hales）甚至认为，项武义的证明是完全错误的。黑尔斯在 1994 年亲自写信给项武义：“你论文中有一个假设：上一层的最佳堆积方式是覆盖尽可能多的洞。我认为这是一个基本命题，你的论证基本上都是建立在这个假设之上的。它的证明难度远大于对其它命题的证明，但是，你从未提及对它的证明。”指出的问题与加伯 • 托特的意见是相同的。后来加伯 • 托特对此又做出评论：“如果有人问我这篇文章是不是像他的标题所说的——证明了开普勒猜想，我的回答是‘没有’。我希望项能够解决具体的细节问题，证明工作的大部分还有待完善。”[4]

1994 年，英国著名数学家康威（J. H. Conway）在苏黎世召开的国际数学家大会上慎重宣布：开普勒猜想现在仍然是猜想。

从 1992 年开始，当时在密歇根大学的黑尔斯开始与自己的学生合作，探索利用计算机辅助证明开普勒猜想的工作。他也是遵循着费耶什 • 托特的思路，只是基于另一种空间的分拆 —— 狄隆涅刨分。这种空间的分拆是由数学家狄隆涅（B. N. Delone）于 1900 年提出的，对任意的球堆积的情形，所有的球心做成一个点集，利用一组所有顶点都属于该点集的四面体将整个空间进行分拆，此时，以任意一个球心为公共点的所有四面体构成一个星形体。针对该球与相应的星形体的结构，黑尔斯定义了一个赋值函数。首先，他证明如果这一赋值函数的下界都不小于 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$ 的话，那么，就可以证明开普勒猜想。接下来就是要证明对于任意球堆积的情形，这一赋值函数的下界都不小于 $\frac{\pi}{\sqrt{18}}$。由此可见，证明这一赋值函数的取值范围就成为最为关键的步骤。他在证明中使用了整体优化理论、线性规划、组合数学、编码理论、区间算术和机械化证明的数学思想和方法，仅抽象出来的每一个密度最大的球堆积方式的函数就用了 150 个变量，据此，将星形体的结构分为 5000 多类，在处理每一类时，转化成线性规划问题后，一般要有 200 多个变量和 2000 多个限制条件。黑尔斯声称他处理了大概 100000 个这样的线性规划问题。针对这些海量的运算，经过六年的时间，1998 年 8 月，黑尔斯宣布完成了对于开普勒猜想的证明，他的全部证明包括一篇有 250 页的论文和 3 个 G 的运算程序与数据的计算机证明的部分[3]。

世界著名刊物《数学年刊》收到这篇论文的投稿以后，为慎重起见，在 1999 年初，特意聘请了十二名专家来到普林斯顿，组成了评审委员会，由加伯 • 托特担任评审委员会的负责人。他们在亲自听取了黑尔斯介绍的证明方法与技

北京大学宗传明在开普勒猜想研究中取得重要结果

巧以后，还是保持了数学家的冷静，大家普遍认为，黑尔斯的整个证明过程遵循了费耶什•托特提出的证明计划，将开普勒猜想的证明简化成为有限的计算问题，证明的思路和方法是正确的。但是，黑尔斯的证明过程中大量的使用了计算机进行计算，而计算机的运算结果是人所无法检验的。如果承认黑尔斯的证明是正确的话，那就意味着承认了下面这个猜想是不证自明的：即所有计算机的运算过程都是正确的。事实上，人类至今也不能够凭借自己的能力对计算机在执行程序时是否存在瑕疵做出判断。

过后，担任评审委员会专家的康威直接对《纽约时报》记者说："我不喜欢它们（计算机证明），因为你感觉这个证明不知所云"[1]。

其实，黑尔斯自己也很洒脱，他也认为计算机的证明部分颠覆了传统数学证明的严谨逻辑和简明运算，让其他数学家来判断机器计算的每一个细节，无疑是一件难于办到的事情。

开普勒本人的数学思想与毕达哥拉斯一脉相承，属于数学唯美主义一派。他认为，数学是惟一最为高级的形而上的思维科学，它判断命题真伪的完美境界应该是严密的逻辑推理和简洁的运算原则。用计算机这种冰冷的程式化方式解决他留下来的旷世难题，无疑矮化了人类智慧的高度，这是让人难以接受的结果。

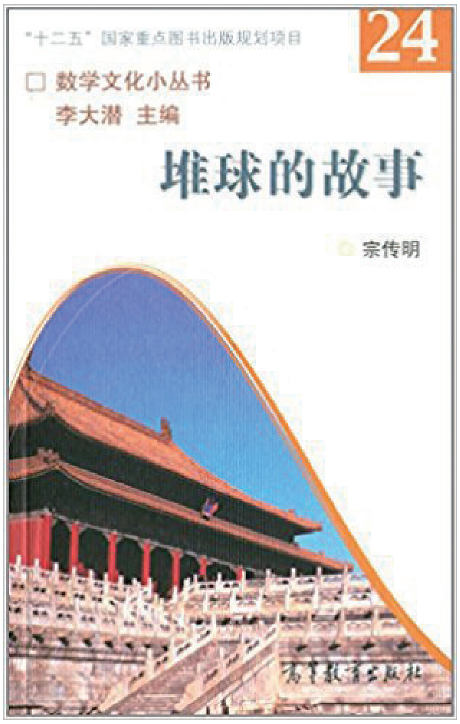
5

一个数学分支只有不断地产生深刻的问题，才能迸发出如花似锦的研究生命力。开普勒猜想的研究领域始终存在着大量有待解决的问题。

牛顿问题伴随着开普勒猜想形影不离，形成了一对孪生问题。它们之间最为密切的关系应该是，当球的堆积密度达到上确界时，与每个球相切的最多球数问题。按照直观的想法，应该是与每个球相切的球的个数达到最大值的时候，球的堆积密度最大。但是，中国数学家宗传明系统地研究了凸四面体的格堆积问题，得到的结论令人深思。他于1995年发表了论文《神秘的正四面体堆积》，证明了一个惊人的结论，颠覆了人们的直观认知：在正四面体的格堆积中，当堆积密度取到最大值$\frac{18}{49}$时，每一个四面体只与其它的14个相接触；当每一个正四面体与其它的18个（最大值）相接触时，格堆积密度只

有$\frac{1}{3}$[5]。将正四面体换成球体是怎样的情况呢？这个数学难题至今没有解决。

关于三维空间的正四面体堆积问题，可以追溯到两千三百多年前。古希腊哲人亚里士多德认为，包括正四面体在内的所有正多面体，通过无缝隙的拼接将充满整个空间。后来，这个论断受到数学家们的质疑，在十六世纪，数学家证明了这个结论是错误的。接着就产生了一个问题，关于正四面体的堆积密度是多少呢？这又成为了一个困扰着数学家们的新的问题，致使希尔伯特把它和开普勒猜想相提并论。2012 年 8 月，宗传明创造性地设计了一个巧妙的计算方法，使得这个著名问题获得了突破性进展。他证明了正四面体的最大平移堆积密度介于 0.367346 和 0.384061 之间，这是数学家对这一问题所取得的第一个上界。



宗传明的科普小册子《堆球的故事》

鉴于宗传明在开普勒猜想研究中所取得的成果，2015 年，美国数学会将学会大奖颁发给了这位中国数学家，与他一起获奖的是美国密歇根大学的数学教授拉加里亚斯(Jeffrey C. Lagarias)。宗传明成为第一个获得此奖的中国数学家[5]。

球体的堆积方式是无穷的。对于有限个球体，怎样堆积 m 个同样大小的球，使其堆积的凸闭包的体积或者表面积最小呢？

1940 年，费耶什•托特解决了一个有限堆积的情形——圆环堆积问题。1975 年，费耶什•托特提出了一个被称为“香肠猜想”的命题[3]：当 $n \geq 5$ 时，要使 n 维空间的 m 个单位球体堆积的体积最小，当且仅当这些球体的球心在一条长度为 2（$m-1$) 的线段上。在三维空间，这种球体堆积的凸闭包就像一根香肠一样。

和“香肠猜想”并列的是被称为“球形猜想”的命题：当 m 很大时，要使 n 维空间的 m 个单位球体堆积的表面积最小，当且仅当这 m 个球体排列的凸闭包近似于球形。

1994 年，德国的两位数学家证明了，对于 $n \geq 42$ 时，“香肠猜想”是正确的，其余情形还未解决。宗传明和另一位外国数学家在 1996 年各自独立证明了“球形猜想”成立，而且对于一般的凸几何体，这一猜想都是正确的[3]。

甚至有一些貌似简单的立体几何问题至今也未能解决。例如，在三维空间

[5] 丁佳．为了纠正亚里士多德的错误．北京《中国科学报》2014 年 5 月 14 日．

中，堆积 7 个同样大小的球，其堆积的凸闭包的体积和表面积的最小值是多少？在 1×2×1000 的长方体中，最多能堆积多少个单位球？美国的一位数学工作者格雷厄姆证明了这个长方体内可以堆积 2011 个球，另一位匈牙利的数学工作者福雷特则证明了这个长方体内堆积不下 2013 个球。问题是能否堆积 2012 个球呢？这个问题至今也未解决。

数学家们特别关注球堆积理论中的两个奇异现象，一个是深洞问题，在高维空间中，任何一个球的格堆积中都存在一个“洞”能放入一个球，其对于格堆积密度的影响如何？一个是遮光问题，数学家已经证明，在三维空间，一个固定的球发出的光，任何球的格堆积都不能将其遮蔽住。在一般 n 维空间的球堆积中，只要球的数量足够多，是可以把光遮蔽住的，问题是至少需要多少个球才能将其遮蔽住呢？宗传明和外国的一些数学家都在这方面做了一些很好的工作，但是，距离问题的解决，还有很长的路要走。

6

数学理论研究的成果往往领先于科学技术产生的时代，当社会和生产力还没有发展到足够成熟的时候，很多数学理论就凭借其严谨的逻辑，开放出了绚丽的花朵。当科学技术和生产力与数学一旦出现交集的时候，就会结出意想不到的丰硕果实。开普勒猜想作为基础理论领域的研究，除了为纯粹数学做出了锦上添花的贡献，在今天的信息技术领域也发挥了重要的作用。

现代通讯技术领域的专家一致遵循着香农的数学思想研究信道传递信号的课题。二十世纪六十年代，数学家沃特森（G. L. Watson）解决了八维空间的牛顿问题，他们就敏锐地捕捉到这一理论成果的应用价值，很快发明了信号编码技术，成功制造了信号调制解调器，极大地加快了通讯技术的发展，现在的互联网仍然在应用着这项技术。后来的计算机科学家们根据球堆积理论，又发展出了检验信道传递信号差错的检测码和纠错码技术，被应用在压缩盘的存储信息中，以保证互联网准确地传输信息，为信息化环境起到了保驾护航的作用。

实际上，数学家们也从信息技术的编码理论中敏锐地扑捉到和球堆积理论的联系，创设出了用编码技术研究球堆积理论的新途径，创立了一个应用数学和纯粹数学相互沟通的经典案例。

作者简介：

蒋爱红，中学高级教师，1990 年毕业于石河子大学教育学院数学系，现为新疆兵团第二师华山中学高中部数学教师。

张小平，中学高级教师，1982 年 2 月毕业于河南大学数学教育专业。曾为新疆兵团第二师华山中学高中部数学教师，现已退休。

《中国数学会通讯》是该刊编辑委员会编辑出版的内部刊物，季刊。主要刊登国内外数学界的重要信息，报道中国数学会与各省市自治区数学会、学科分会等的活动情况。主要栏目有学术活动信息，数学教育与普及，数学精品文章（数学的历史、进展、价值、趣事等），人物专栏，学科介绍，书讯与书评等。

2017 年《中国数学会通讯》全年的总订费为 50 元（含邮费）。欢迎各省市自治区数学会、学科分会和有关单位以及广大数学工作者、数学爱好者订阅本刊并踊跃投稿。

订阅办法：请将订费邮汇至北京中关村东路 55 号（邮政编码：100190），中国数学会办公室；或行汇至中国数学会，同时请给中国数学会办公室来信告知（或在汇款单附言中注明）订购份数、收刊单位（或个人）详细地址及邮政编码，以便我们及时准确地投寄本刊。

开 户 行：中国工商银行海淀西区支行
帐　　号：0200004509089161419
电　　邮：cms@math.ac.cn
电　　话：0086-10-82541197，0086-10-82541448

2017 年第 3 期要目：

- 中国数学会第十二届正副理事长、秘书长第五次会议纪要
- 首届金砖五国数学家大会在北京召开
- 袁亚湘、龙以明当选十九大代表
- 中国队获第 58 届国际中学生数学奥林匹克团体第二名

开启数学史与数学教育研究的新景象
第五届西部偏微分方程国际学术会议在兰州大学召开
2017 年度《中国科学：数学》编委会议成功召开
第十二届中国数学会数学传播工作委员会第三次（扩大）会议纪要
上海市数学会举办数学大师公众讲座
国际数学家大会 120 年
2017 年 Leroy P. Steele 奖
2017 年 Frank Nelson Cole 数论奖
远见：加州大学伯克利数据科学发展规划

《中国数学会通讯》编辑部供稿

旧时人物旧时书

——长泽龟之助及其中译数学题解辞典

欧阳顺湘

日本著名民间数学教育家长泽龟之助所著 5 册题解辞典曾在中国广泛流传，产生过较大影响。例如，张奠宙曾这样描述他对日本数学教育的印象[1]："在中学数学教育方面，中国更受日本影响。1906 年，京师大学堂所用的《代数学》教材乃是日本上野清所编。长泽龟之助编的《几何学辞典》《代数学辞典》译成中文，成为解题应考的大全之作，影响很大。"确实，这套辞典包含了许多历史、文化内涵：

1. 它在一定程度上可以反映清末以降至 20 世纪 30 年代之间日本数学对中国数学的影响。
2. 它是当代名人如于秀源、李未以及王小波、林公武等许多人学习数学的参考书，凝聚了一个时代的集体记忆。
3. 它还是鲁迅志趣广泛、爱护青年的见证。

我们下面就将介绍这套辞典所涉及的相关故事。

1 鲁迅赠书

鲁迅小学网上有篇文章介绍了鲁迅赠送数学书给一位青年的故事[2]：

1909 年，鲁迅从日本回国时，曾带回了长泽龟之助撰著的《代数学辞典》等三本精装的数学书籍。

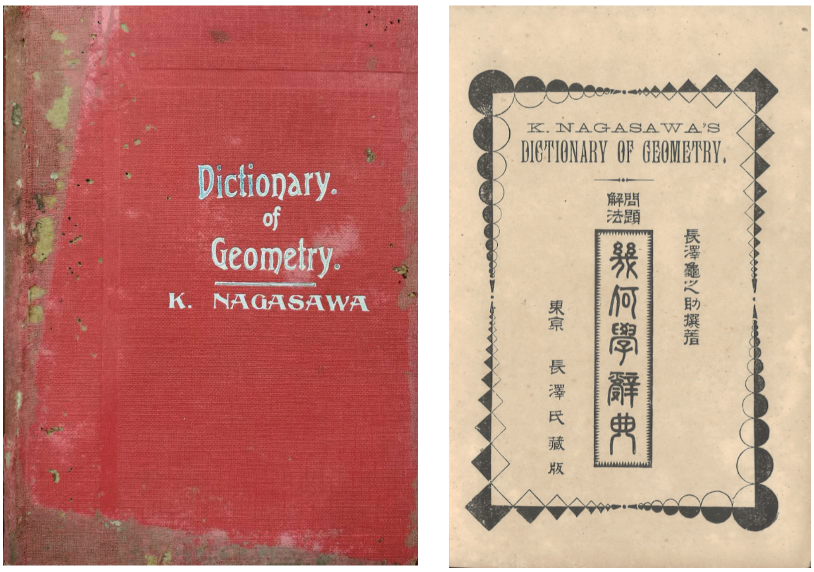
从日本回国时的鲁迅
（1909 年摄于杭州）

[1] 张奠宙，海外见闻录，见于张奠宙、唐瑞芬所著《数学教育国际透视》，浙江教育出版社，1995。

[2] 郦瑾，小故事的触动，见 http://www.luxiao.com/bjztlx/content_132772，（"立人"教育展览馆—鲁迅教育思想研究—百家杂谈鲁迅），文档的地址为 http://www.luxiao.com/Upload/history/sxslxxx/luxun/UploadFiles_3839/200806/2008061815003698.doc

到绍兴府中学堂工作后，鲁迅就割爱把这些书馈赠给青年学生王铎中，对他说，你年纪轻，记性好，要抓紧时间多看些书。看书的面也可广一点，基础广而坚实，专也容易了。

鲁迅的赠书和这一席赠语，表达了他对青年真挚的心声。王铎中不仅牢牢记住鲁迅的话，而且虽几经战乱，但他一直完好地珍藏鲁迅的赠书。1951 年王铎中获悉筹建鲁迅纪念馆，兴冲冲地把当年鲁迅赠给他的三本数学书又捐给国家。现在，它们作为鲁迅关心和培养青年的历史见证陈列在绍兴鲁迅纪念馆。



《几何学辞典》的日文原版封面（左）及内页（右）

据《鲁迅在绍兴》[3] 中的记载，鲁迅所赠送的三本书除了《代数学辞典》，还有《几何学辞典》和《续几何学辞典》，都是长泽龟之助编著的。

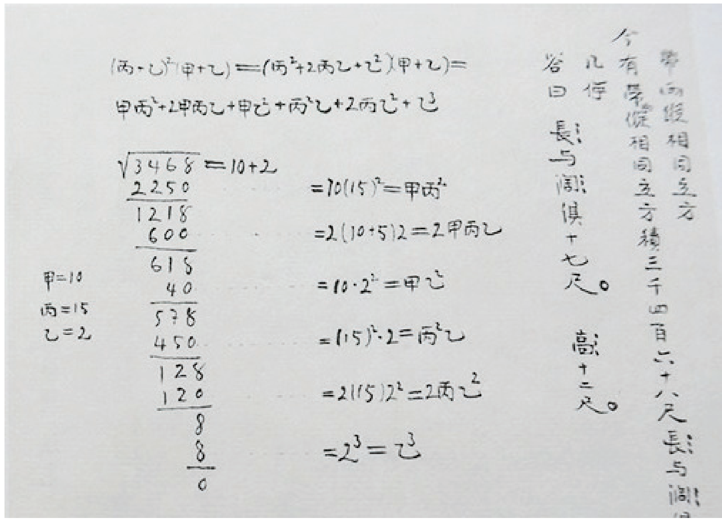
这个故事流传很广。有趣的是，鲁迅为什么会对数学感兴趣，买了数学书，并赠送青年希望青年好好学习呢？

首先，这和鲁迅喜欢读书，买书有关。据许寿裳回忆，鲁迅在日本求学期间 [4]，“生平极少游览，留东七年，我记得只有两次和他一同观赏上野的樱花，还是为了到南江堂买书之便。其余便是同访神田一带的旧书铺，同登银座丸善书店的书楼。”

其次，鲁迅的志趣是多样的。1899 年，鲁迅离开家乡的三味书屋，进入（南京）江南陆师学堂附设矿务铁路学堂学习。鲁迅在南京学习时，教师把整本的书抄在黑板上，学生再抄到笔记上。我们现在能看到鲁迅当年用毛笔一丝不苟地做的数学笔记，其中有《几何学》《开方》《开方提要》等。鲁迅在南京求学期间，就买过一本严复译述的《天演论》，由此开阔了视野。在日本，他还学

[3] 朱忞，谢德铣，王德林，裘士雄，《鲁迅在绍兴》，浙江文艺出版社，1981。
[4] 许寿裳，我所认识的鲁迅，见于许寿裳著《回忆鲁迅》，人民文学出版社，1978。

习自然科学、哲学和社会学[5]。例如，他曾在 1904 年译成《世界进化论》《元素周期则》《北极探险家》。1905 年还译成《造人术》。据许寿裳回忆：“他读书的趣味很浓厚，绝不像多数人的专看教科书，购书的面也广。”所以，鲁迅应当知道当时为畅销书的长泽亀之助的辞典并买回了。



1899 年鲁迅在南京矿务铁路学堂读书期间手抄笔记

第三，鲁迅也鼓励青年学习面要广。鲁迅在 1936 年 4 月 15 夜给青年颜黎民写的信中说：“爱看书的青年，大可以看看本分以外的书，即课外的书，不要只将课内的书抱住。……先前的文学青年，往往厌恶数学，理化，史地，生物学，以为这些都无足重轻，后来变得连常识也没有，研究文学固然不明白，自己做起文章来也糊涂。”

第四，鲁迅对青年的真情爱护是无保留的。鲁迅平时最讨厌两种人，其中之一就是“倚老卖老，看不起青年，越是道貌岸然，越是诡计多端的所谓‘圣人之徒’”。笔者藏有一本日文原版《几何学辞典》，相当精美，可知鲁迅从日本带回的这三本书较为厚重，且价格不菲。然而，鲁迅当时的生活并不富足。他在日本留学期间，服装十分简朴，经济拮据时还得通过做校对来补充花销。鲁迅“每从书店归来，钱袋空空，相对苦笑，说一声‘又穷落了！’”。所以，爱书的鲁迅“割爱”赠书之举是弥足珍贵的。

2 日本对中国数学的影响

长泽亀之助的辞典的出版可以反映清末到 20 世纪三十年代日本数学对我国数学教育的影响。我们在粗略介绍当时日本数学概貌后，分别介绍日本对中国数学人才培养和教科书编写的影响。

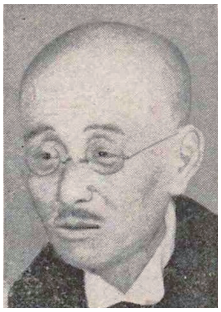
[5] 林志浩，《鲁迅传》，北京出版社，1981

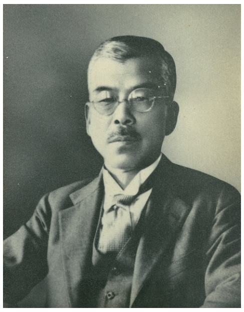
明治维新时期，明治天皇要求日本国民向全世界学习科学，“和算废止，洋算专用”，全盘学习西方数学，数学水平迅速超过中国。

日本明治维新期间两位重要的启蒙数学家是菊池大麓（Dairoku Kikuchi, 1855-1917）和藤泽利喜太郎[6]（Rikitaro Fujisawa, 1861-1933）。菊池是从英国剑桥大学学习几何回国的。藤泽先在日本帝国大学跟随菊池学习，后到伦敦大学学习，再到德国柏林和法国斯特拉斯堡。藤泽的导师有库墨尔（E. E. Kummer）、克罗内尔（L. Kronecker）和魏尔斯特拉斯（K. Weierstrass）。

日本近代数学最重要的先驱有林鹤一（Tsuruichi Hayashi, 1873-1935）和高木贞治（Teiji Takagi, 1875-1960）。林鹤一创办了东北帝国大学的数学系，并自费创办了《东北数学杂志》（*Tohoku Mathematical Journal*）。高木在日本直接受教于菊池和藤泽，后到德国哥廷根，跟随希尔伯特学习。


菊池大麓


藤泽利喜太郎


林鹤一


高木贞治

日本数学家很重视教科书的编写。菊池大麓被翻译为中文的书籍中，有很大影响的有《平面几何新教科书》和《立体几何新教科书》。即使是名声显赫的高木贞治也亲自编写教科书达 14 种之多。高木的书也有被翻译为中文的，如 1906 年出版了周藩译的《新体中学数学教科书》。林鹤一被翻译成中文出版的则非常多。例如，商务印书馆出版的《算学小丛书》包括图书 49 种，其中 17 种是译自林鹤一（独著或与他人合作）的作品；而《算学丛书》中林鹤一的著作有 3 种，约为该丛书中全部译自日文的图书的一半。

1894 年甲午战争后，中国掀起了向日本学习的热潮，其要点在于学习日本的明治维新，变法学校，仿效日本实行教育救国。清政府颁布章程，实行新学制，规定九年初等教育、五年中等教育和师范教育都得必修数学课程，而且所修数学课程内容的设置和教学方法都效法日本。

1955 年 12 月 8 日，郭沫若在早稻田大学发表题为“中日文化的交流”的演讲，回顾了他读中学时的光景[7]：“中国为了向日本学习，在派遣大批留学生

[6] 有时作藤沢利喜太郎。“泽”和“沢”分别是“澤”的中、日通用简体。
[7] [日] 实藤惠秀著，谭汝谦、林启彦译，《中国人留学日本史》，北京大学出版社，2012，见第 193 页。

去日本的同时，又从日本招聘了许多教师到中国来。我们当时又翻译了大量的日本中学用的教科书。我个人来日本以前，在中国的中学所学的几何学就是菊池大麓先生所编撰的。”

1916年王国维（左）与罗振玉在日本合影

日本对中国早期数学人才的培养 清政府最先是直接聘请日本教师来华任教、传授数学知识。例如，我国近代著名学者王国维（1877-1927）于1898年到1900年间，在罗振玉创办的上海“东文学社”研习外交与西方近代科学。当时王国维的数学教师是日本教习藤田丰八。王国维曾回忆[8]：“次年（1899年）社中兼授数学、物理、化学、英文等，其时担任数学者，即藤田君。君以文学者而授数学，亦未尝不自笑也。”

清政府也派遣留学生到日本学习数学知识，其中代表人物有冯祖荀、黄际遇等[9]人。还有一些自费留学日本的留学生，如胡浚济。1935年成立中国数学会时，有董事会董事9人，理事会理事11人，评议会评议21人。冯祖荀、黄际遇是董事，胡浚济是评议员。

山东大学数学系创系系主任黄际遇

冯祖荀（1880-1940），字汉叔，浙江杭县（今杭州）人。他是京师大学堂最早派往日本专攻数学的留学生，于1903年到日本，在京都帝国大学学习数学。他在日本留学期间，曾创办“留日学生编译社”，编辑出版《学海》杂志，并在其上发表数学文章。约7年后归国。冯祖荀不但是北京大学数学系的创立者之一，还长期兼任北京师范大学和东北大学数学系主任。

黄际遇（1885-1945），字任初，广东澄海人。他于1903年抵达日本，是广东省的官费留学生。黄际遇的老师是林鹤一。林鹤一还曾积极帮助在日本留学的苏步青。黄际

[8] 王国维，《静安文集续编》自序（一），1907。

[9] 冯立昇著《中日数学关系史》中还提到留日学生陈榥。冯著中对陈榥卒年未加介绍，记其生年为1874。根据义乌市档案局资料（http://daj.yw.gov.cn/ywyj/dazt/ywmr/201511/t20151113_817673.html），陈榥（1872-1931），字乐书，浙江义乌稠城人。

遇于 1910 年从日本回国。在日文书籍翻译方面，黄际遇翻译了藤泽利喜太郎著的《续初等代数学教科书》，由商务印书馆于 1917 年出版。该书是日本 20 世纪初高等学校第二部（理、工、农预科）和高等师范学校采用的教科书。同年出版的还有黄际遇为《续初等代数学教科书》编的习题详解《续初等代数学问题讲义》。黄际遇还编著了《中等算学教科书》。这本书于 1915 年出版，是教育部审定用书。

黄际遇是现山东大学[10]、武汉大学等多所大学的数学系创系系主任，对中国现代高等数学教育事业有开创之功。除攻习数学之外，黄际遇如同那个年代许多学习数学的人一样，学贯中西，文理兼通，承袭了中国传统文人的许多特点。期间，除了任数学天文系主任，还兼任中文系教授，讲历代骈文。


藤澤博士
續初等代數學
問題解義
國立武昌高等師範學校
數學物理部主任
黄際遇著
武昌高等師範學校藏板

教育部審定
中等
算術
教科書
上海
商務印書館印行

黄际遇著《续初等代数学问题讲义》和《中等算学教科书》

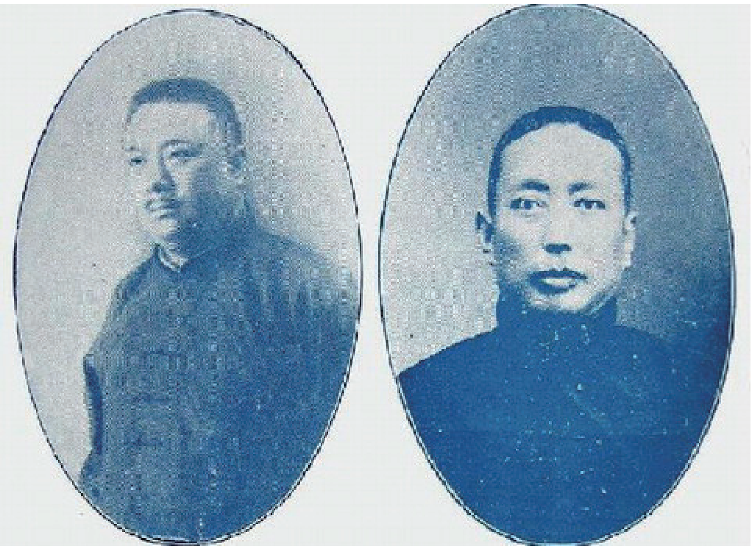
胡浚济，字沇东。他的名字在一些出版物常被写作胡濬济。胡浚济约 1885 年生于浙江慈溪，卒年不详。他于 1903 年自费留学，入日本清华学校学习。[11]

1913 年，胡濬济和冯祖荀共创北京大学数学门，这是我国第一个成立的数学系。同年，北大数学门首次招生时，只有冯祖荀与胡浚济两位教授，学生也只招了商契衡和叶志两名学生[12]。商契衡是鲁迅在绍兴府中学堂任教时的学生。叶志后来到武汉大学数学系任教授。

[10] 东青，才兼文武，学贯天人——纪念山东大学数学学科创始人黄际遇先生，数学文化，2011，第 2 卷，第 3 期，3-13。

[11] 胡的生年和留日日期（1903 年 2 月）：周乃复，慈溪早期出国留学生的初步考察，慈溪文史资料第 16 辑第 1-13 页，慈溪市政协文史委员会，2001。一些其他资料供比较：冯立昇著《中日数学关系史》中称胡浚济出生于 1884 年，1903 年 3 月留学日本，入清华学校学习日语，后考入日本第一高等学校，毕业后入东京帝国大学学习，归年不详。

[12] 莫非，北大数学系创办者胡浚济，慈溪日报，2014.03.12。



冯祖荀（右）和胡浚济（左）

冯祖荀也是北京高等师范学校（现北京师范大学）数学系首任系主任（1922.8-1927.9）。著名教授傅种孙（1898-1962）在 1916 年考入北京高师数理部，曾受业于冯祖荀。胡浚济也曾在该校数学系任教，同样也曾任数学系主任[13]。

1929 年 6 月，北平师范大学数学学会成立，学会集中了秦汾、王仁辅、顾澄、程廷熙、胡浚济和傅种孙等一批数学教授。1937 年 5 月 1 日，中国数学会在北京师范大学数理学会召开理事会，决定组织“中等学校数学教学问题讨论委员会”，委员会包括胡浚济、刘亦珩、傅种孙、程廷熙、郑之蕃等 9 人[14]。

胡浚济曾在 1930 年通过商务印书馆出版《整数论》，颇有影响。例如，徐利治曾回忆[15]：“那时候我正好自学了一本胡浚济编著的《整数论初步》，略知数论是一门优美而精深的学科，所以我在西南联大数学系学完了两年课程之后，很自然地怀着高度崇敬的心情，选修了华先生的‘初等数论’课程。”徐利治应该是将《整数论》误为《整数论初步》了。我们后面将介绍胡浚济还翻译了日本数学家竹内端三的《函数论》，此书在 1940 年出版。

[13] 李仲来，《北京师范大学数学科学学院史（1915-2015）》，北京师范大学出版社，2015。参考该书第 303-304 页。胡浚济从 1929 年 8 月-1930 年 7 月代系主任；1938 年 8 月-1939 年 7 月任系主任。该书记胡浚济字沆东，有误。应为沇东。沇水为济水的别名，一般，名、字取义相关。

[14] 李仲来，《北京师范大学数学科学学院史（1915-2015）》，北京师范大学出版社，2015。

[15] 徐利治，回忆我的老师华罗庚先生——纪念华老诞辰 90 周年，数学通报，2000，第 12 期，1-4。

清末源自日本的教科书 清末各级各类学堂，普遍使用日本教科书。如王国维在上海东文学社学习时，使用的教科书就是日本著名数学家藤泽利喜太郎的《算术教科书》和《代数教科书》。下面是王国维对当时情形的回忆[16]：“顾君勤于教授，其时所用藤泽博士之算术代数两教科书，问题殆以万计，同学三四人者，无一问题不解，君亦无一不校阅也。”

上野清原著《几何学教科书·立体之部》（仇毅，仇庄译，1909 年出版）

按《中日数学关系史》[17]，中国第一历史档案馆有 5 柜译学馆教科书书目，其中甲柜以数学书为主：总共书目 128 种中有数学书 120 种——15 种中算书，2 种英文书，103 种日文书。

此外，日本教科书也被大量编译、印刷和发行，一时蔚为新兴产业。有留日学生看好商机，成立教科书译辑社，专事日本教科书的编译。

大量留日学生等掌握日语的人才的培养也为翻译日文图书准备了条件。王国维自己就在学习藤泽利喜太郎的著作的同时，于 1901 年翻译出版了长泽的《算术条目及其教授法》。这本书成为我国最早有关教学法方面的著作[18]。在《算术条目及其教授法》书中，就已经明确了数学教育之目的，除了实用，还可“养成数学思想即精神的锻炼”，“学者将来忘数学可也，其人尚不失为有数学思想之人。宛如修体操科者后年虽忘体操术，尚强健。”再如，与王国维同在东方学社学习的沈纮翻译了田口虎之助的《高等小学几何学》（1903 年）。

按冯立昇《中日数学关系史》的统计，自 1900 年至 1911 年间，至少有 151 种中译日本数学书出版。

清朝末年，中国正逐步引进西方数学，而且较日本更早引入微积分。甲午战争后，中国几乎全面转向日本学习。丘成桐[19]认为，取法乎中只能得其下。

民国时期中译日本数学图书 民国时期，留日学数学且归来的亦不少，如苏步青、陈建功、曾昭安、萧君绛和杨宗磐等。虽然日本数学对中国仍有影响，

[16] 王国维，《静安文集续编》自序（一），1907。
[17] 冯立昇，《中日数学关系史》，山东教育出版社，2009。
[18] 代钦，王国维与我国近代数学教育，内蒙古师范大学学报（教育科学版），2006，第 19 卷，第 5 期，70-72。
[19] 丘成桐，从明治维新到二战前后中日数学人才培养之比较，高等数学研究，2010，第 13 卷，第 2 期，2-7。

但逐渐减弱。这是因为众多欧美留学生如胡敦复、胡明复、姜立夫、杨武之、曾昭安（留日归来再留美）、熊庆来、曾炯之、魏嗣銮（魏时珍）、朱公谨（朱言钧）、蒋硕民、陈省身、吴大任等回国任教，以及欧美等国数学家，如阿达玛、维纳、布拉施克、施佩纳、伯克霍夫、奥斯古德等人来华讲学。

我们主要以民国时期最大的出版社商务印书馆出版的数学图书及其中来自日本的图书的变化为例来作说明。商务印书馆在民国时期所出版的数学图书主要包含上世纪二、三十年代出版的《算学小丛书》《算学丛书》以及《大学丛书》中的数学图书部分[20]。

大致来说，《算学小丛书》《算学丛书》和《大学丛书》中数学书内容的难度是递增的。《算学小丛书》中的内容较为基础，读者对象是小学教师和中等程度的学生；而《大学丛书》是大学教材。《算学丛书》则介于两者之间。

《算学小丛书》共计 49 种（也有说法为 50 种[21]），其中有 22 种译自日文，16 种来自英、美、德和苏联，11 种为中国人自己撰写。

从左到右，依次为林鹤一、矢田吉熊著《算学小丛书》之《代数学：幂法开法及无理虚数》（黄元吉译）；崔朝庆译《算学小丛书》之《三角法：三角形之性质及其解法》（森吉太郎著）；《几何学：轨迹及作图》（柳元吉次著）

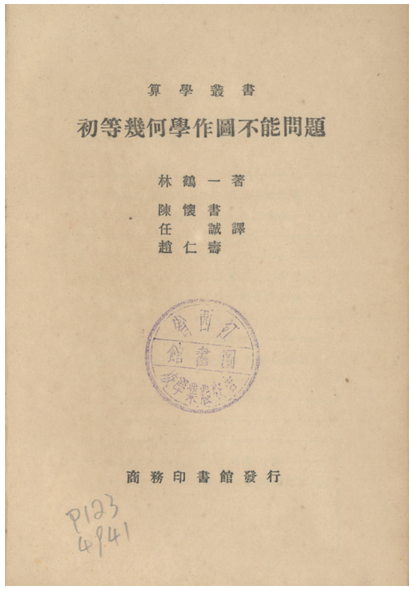
《算学丛书》共计 21 种[22]。21 种图书中有 6 种来自日文，4 种来自美、德，11 种中国人自己编撰。这 6 种日文图书为：

[20] 未见准确完整的丛书书目。我们所参考的主要资料是上海图书馆手抄、编印的《中国近代现代丛书目录》，同时以古籍网和深圳文献港的检索条目和笔者个人藏书作了互证补缺。难免有所遗漏，但足以反映全貌。

[21] 徐式谷，陈应年，商务印书馆对中国科技翻译出版事业的贡献，中国科技翻译，1998，第 1 期，46-50。

[22]《算学丛书》不完全是商务印书馆出版的，其中有 5 种图书由另一家大出版社——上海中华书局——出版的。

1.《近世综合几何学》（吉川实夫著）；
2.《初等几何学作图不能问题》（林鹤一著）；
3.《级数概论》（林鹤一、小仓金之助著）；
4.《初等方程式论》（林鹤一、小野藤太著）；
5.《微积分入门》（秋山武太郎著）；
6.《极限论》（竹内端三著）。

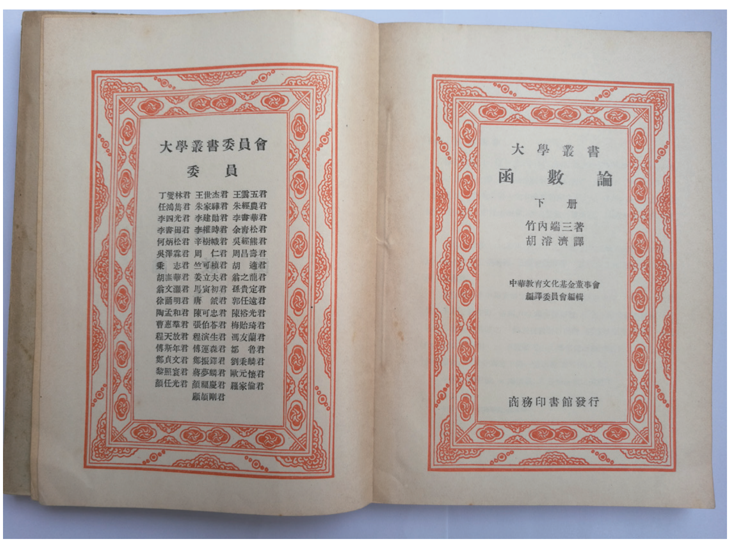


林鹤一著《算学丛书》之《初等几何学作图不能问题》

20 世纪 30 年代初，蔡元培呼吁“国化教科书”。商务印书馆请蔡元培领衔，邀集国内各大学及学术机关各学科专家组成编辑委员会，编辑出版《大学丛书》。姜立夫是其中的数学委员。

《大学丛书》中数学图书共有 45 种，其中来自英、美、德、法的图书共计 18 种，中国人自己编撰的有 24 种，只有 3 种日本数学图书。这 3 种日文图书分别是：

1.《行列论》（藤原松三郎著，萧君绛译）；
2.《函数论》（竹内端三著，胡浚济译）；
3.《群论》（园正造[23] 著，萧君绛译）。



竹内端三著（胡浚济译）《函数论》

[23] 原书误为圆正造。姜立夫在审稿时曾经指出，但出版时未加改正。

从清末译学馆的丛书，到《算学小丛书》《算学丛书》《大学丛书》，可见日本数学对中国的影响逐渐减弱，欧美数学的影响逐渐加强，以及中国数学家逐渐成长。例如，从《算学小丛书》到《大学丛书》，其中日本作者所著图书的比例从 22/49≈44.9% 减少到 3/45≈6.7%；中国作者所占比例从 11/49≈22.4% 增加到 24/45≈53.3%。

4、长泽龟之助及其教科书

长泽龟之助（图片来自《中日数学关系史》）

长泽龟之助（Kamenosuke Nagasawa, 1860-1927）是日本明治时期和大正时期最著名的、最活跃的民间数学家和数学教育家。

按冯立昇《中日数学关系史》，长泽出生于久留米一个藩士家庭，年少时接受新式教育，于 1878 年毕业于九州地方唯一的官立学校——长崎师范学校。从师范学校毕业后，他在京都开过私塾，同时自学西方高等数学知识。1881 年，长泽加入东京数学会社，开始在《东京数学会社杂志》发表文章。东京数学会社成立于 1877 年，是日本数学会和日本物理学会的前身。不久，长泽移居东京，协助数学家川贝朝邻工作。川贝朝邻当时在东京设立了以普及高等数学知识为目的的东京数理书院。在此期间，长泽开始翻译出版欧美数学著作。从 1883 年开始，长泽受聘于陆军部门，从事数学教育及教科书的编写。数年后，长泽辞职担任东洋英和学校与东洋英和女校的校长，从事教学工作。1892 年，他辞去教职，直至 1918 年间，任专修大学教师。期间，长泽于 1906 年创办数学杂志并主持该刊事务，同时编写数学著作。

长泽只比林鹤一和高木贞治大 10 余岁。长泽在数学研究上的贡献比不上林鹤一和高木贞治，但他一生非常勤勉，专心于数学教育，产生了很大的影响。他总共编写了约 150 种数学书籍。在日本数字国立国会图书馆[24]检索“长泽龟之助”，有 7 百余条结果。

长泽早年翻译了英国数学家 I. Todhunter（1820-1884）所著《微分学》和《积分学》，成为日本最早的微分学、积分学译著。1911 年，马瀛翻译了长泽的这两本书，合为《微分积分学》，由商务印书馆出版；1914 年再版。

长泽的书籍既多，自然对中国的影响也大。1905 年，长泽龟之助曾邀请崔朝庆为其所编撰的《解法实用数学辞典》写序，其中对长泽的著作的使用情况有所介绍：“日本算书，多于我国数十倍，其中以长泽编译者最多。近年来

[24] http://www.ndl.go.jp

输入吾国之书，足以汗牛充栋。故习算之士无不知有长泽先生者。”

按《中日数学关系史》的统计，清末翻译刊行的至少 151 种中译日本数学书中有 16 种是长泽的，前述译学馆教科书 103 种日文教科书书目（甲柜）中也共有 16 种长泽的书。另按李春兰和代钦的文章，在 1906 年到 1915 年间，共有 10 种长泽的数学教科书陆续被翻译为中文 [25]。因为出版很多，长泽深谙数学图书排版的利弊，提倡并实践改竖排为横排。

5 长泽龟之助的中国朋友

长泽龟之助曾到访过中国，并与一些中国数学家有着友好关系，其中有密切交往的数学家主要有周达和崔朝庆。冯立昇著《中日数学关系史》用全书近十分之一的篇幅介绍周达和长泽龟之助，称他们为近代中日数学交流的两位先驱。我们这里简单介绍周达和崔朝庆。读者还可以阅读《周达——中国近代传奇数学家》[26] 以及《崔朝庆的数学教育贡献》[27] 等文章了解更多。

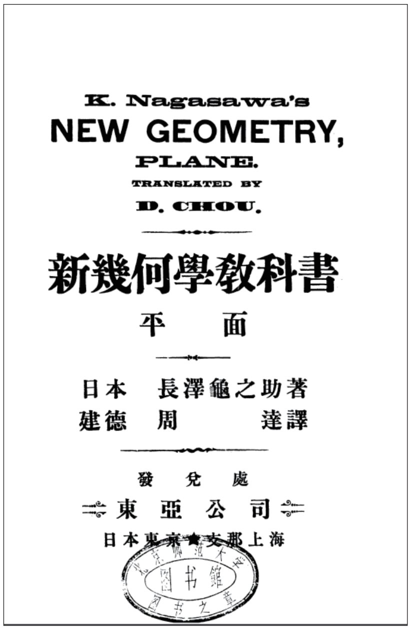
周达 周达（1879-1949），字美权，安徽建德（今东至县）人。他是清末

晚年周达（前排右一）、夫人（前排左一）与周炜良夫妇（后立着）及孩子合影（图片来自《百年斯文：文化世家访谈录》）

[25] 李春兰，代钦，长泽龟之助对中国近现代数学教育的贡献，数学教育学报，2014, 第 2 期。

[26] 胡炳生，周达，程明德主编《中国现代数学家传》第 3 卷 ,1998，1-15。

[27] 屈蓓蓓，代钦，崔朝庆的数学教育贡献，咸阳师范学院学报，2014, 第 29 卷，第 4 期，68-72。


K. Nagasawa's
NEW GEOMETRY,
PLANE.
TRANSLATED BY
D. CHOU.
新幾何學教科書
平 面
日本 長澤龜之助著
建德 周 達譯
發 兌 處
東 亞 公 司
日本東京★支那上海

长泽龟之助著《新几何学教科书•平面》(周达译)

民初著名数学家、集邮家，出身名门，家境富裕。他的祖父为清末两江总督周馥，父亲为著名医学家周学海，他的第三子周炜良是著名的代数几何学家[28]。

1900年，周达在扬州组织了中国最早的民间数学团体之一——“知新算社”，自任社长。他著有《周美权算学》《数之性情》《九九支谈》《几何求作》等数学著作10种。

1902年，周达到日本考察数学，先访问日本民间数学家上野清，又在上野清的介绍下，认识了长泽龟之助并与之成为好友。周达回国后，发表了《调查日本算学记》，记录了日本官校三年制理科大学的数学课程。

长泽龟之助曾这样评价周达[29]：“吾友周君达，字美权，安徽建德人，天性嗜数学，造诣高深。十八岁时曾著《三角和较术解》一书公世，其解精致详密。乃知氏之学问根底不浅。”

1906年，周达翻译长泽的《新几何学教科书•平面》[30]由东亚公司出版 。根据该书序言，“本书与其他译本情况不同，著者与译者相识，两者合意而成”，而具有较高的水平[31]。1909年，张其祥翻译了长泽的《新几何学教科书•立体》，也由东亚公司出版。

崔朝庆

崔朝庆 崔朝庆（1860-1943），字聘臣，通州（今南通市区）人，又称崔静海。他在25岁时以第一名的成绩考入江阴的南菁书院，师从瑞安黄漱兰学习算学。27岁时，崔朝庆从南菁书院肄业。南菁书院成立于1882年，是今南菁中学前身。当时没有毕业的说法，都是肄业。数学家华蘅芳的弟弟华世芳（1854-1905）也是数学家，曾在南菁书院任教。

从南菁书院毕业后，崔朝庆到北京进入日人创

[28] 周景良，周景良谈建德周家，见于《百年斯文：文化世家访谈录》，中华书局，2015，25-68。

[29] 长泽龟之助著，周达译《新几何学教科书•平面》序言，东亚公司，1906。

[30] 长泽龟之助著，周达译，《新几何学教科书•平面》，东亚公司 , 1906。

[31] 魏庚人，李俊秀， 高希尧编著，《中国中学数学教育学史》，人民教育出版社，1987。

办的同文书院学习日文。1898 年崔朝庆曾参加清国子监考试，破格录用为算术助教，后升任为主事。崔朝庆在北京就馆时，“曾教光绪皇帝以数学”。1901 年后任南京江楚书局编译、如皋安定书院山长、江南高等学堂教师等职。五十多岁以后，回归故里。

崔朝庆创办的《数学杂志》

1896 年崔朝庆创办集贤讲舍，是我国早期数学社团之一。崔朝庆汇集集贤讲舍课程变为《集贤讲舍算稿》和《集贤讲舍算稿续编》。1912 年，崔朝庆创办我国最早的数学期刊之一《数学杂志》，其目的在于“期与海内诸畴人互换知识，以为我国科学进化之一助”。为使杂志得以刊行，崔朝庆曾吁求赞助。在 7 位赞助者中，唯一的外国人就是长泽龟之助，由此可见长泽与崔朝庆的友谊。

崔朝庆曾在多所学校任数学教师。例如，他在 1889 年到 1894 年任南菁书院算学斋长，期间数学家杨冰曾慕名前往。从 1910 年到 1914 年，他在通海五属公立中学任首席数学教员，同学称之为“算圣”“数学书库”。他创办《数学杂志》时就在该校任教。通海五属公立中学于 1909 年由张謇等倡议成立，是今南通中学的前身。数学家严志达、李大潜和杨乐都是南通中学毕业的。南通中学认为崔朝庆为该校形成“以数学教学见长”的教学特色奠定了厚实的基础。

崔朝庆一共翻译出版了 13 种日本数学图书。其中，长泽的《中等平面几何阶梯》，由上海会文学社于 1906 年出版。《算学小丛书》中有 22 种来自日本的图书，崔朝庆翻译了其中 7 种，其他四位译者黄元吉、郑心南、骆师曾和林科棠各翻译了 7、4、3、1 种。他也编撰了《造勾股法》（1889 年），《算表合璧》（1902 年，与杨冰等合作）等著作。

6 中译题解数学辞典

因为清末至民国期间，可选教科书非常多，所以，虽然长泽龟之助的教科书影响很大，但没有完全占到统治地位。然而，他编写的题解数学辞典的中文翻译却曾在中国占据绝对的垄断地位。

需求背景 数学辞典可以作为教科书的参考书。余恒在为长泽著《三角法精要》所作序言中，谈到了参考书与教科书的关系：“教科书之于参考书，其犹辅车之相倚乎。譬之汽机，教科书者其机械也，参考书者，其煤料也。机械无煤料之助力，则不能运行。教科书无参考书之助力，则不能致用。日本数学

之书，日新月异。然教科书多，而参考书少。”

民国政府实行教育改革，也亟需合适的数学参考资料。同时期，除了前述商务印书馆在编撰《算学小丛书》《算学丛书》以及《大学丛书》，也有中国人自己编写的数学辞典出版。如 1923 年上海群益书社出版了赵缭编著的《数学辞典》；1925 年中华书局出版了倪德基编著的《数学辞典》。

在此背景下，薛德炯和吴载耀两人合作编译了长泽龟之助编著的 5 册题解辞典：

《题解中心：算术辞典》（1370 页，5284 题，1659 千字）
《题解中心：代数学辞典》（952 页，4512 题，1100 千字）
《题解中心：几何学辞典》（544 页，2428 题，插图 2140 个，550 千字）
《题解中心：续几何学辞典》（586 页，1638 题，插图 1700 个，550 千字）
《题解中心：三角法辞典》（710 页，3354 题，插图 460 个，830 千字）

长泽的辞典原版出现于 20 世纪初。按照日本国会图书馆的检索结果，原书名和初版年份分别为：《算术辞典：解法适用》（1909）、《问题解法：代数学辞典》（1907）、《问题解法：几何学辞典》（1908）、《问题解法：续几何学辞典》（1908）、《问题解法：三角法辞典》（1908）。

长泽喜欢邀请中国人为他的日文原版著作作序。如余恒、徐虎臣曾为长泽的《三角法精义》《算法精义》写序。《几何学辞典》的日文原版也有篇中文序言，是当时在清京师译学馆任职的无锡人薛光錡写的。这篇序言抄录如下：

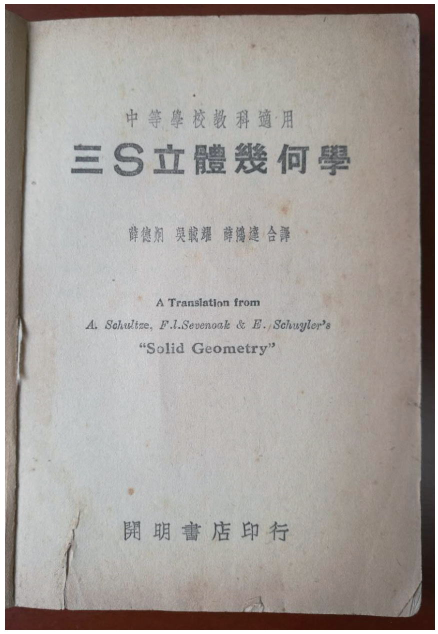
凡学问至大备则复杂，而后辞书出焉。理法等科均有辞书矣，医算独无，讵非遗憾欤。日本长泽君为当今算界泰斗，于吾为诤友，其所撰述，自算术以至微积分学，既充斥东亚矣。兹以算之部分既广，未有辞书以为导线，恐临岐兴嗟者多也。乃于去岁著数学辞书，详释算术代数几何三角之学语，以问题详解法附焉，取其溥也。今岁复著几何学辞典，详示几何学之问题，以其历史及所释学语附焉，取其专也。溥以罗众善之长，专以竭一门之秘，随溥通专门而各协于用，著者之苦心为何如乎。夫数学辞书畴人家皆已寝而馈之。其内容之美，无待鄙人赘述为也，而几何学辞典则与数学辞书中所含几何之部，有相因之妙，无重复之嫌。而精通详尽复远过之。盖虽现行各种问题解法，亦已蒐集无遗也。呜呼，尽之矣，是书一出，吾知世界畴人莫不先睹为快也，岂特东亚而已哉。

新亚书店的中译版本概述这套辞典：“内容深浅兼备，包罗宏富，各式各样算题，无不应有尽有，编制精密，证解详明，久为日本学术界之权威作品。”

长泽的中译辞典在中国的出版发行经历了近半个世纪。最早由新亚书店于 1935 年开始出版。新亚书店由原中华书局的陈邦桢于 1927 在上海创立。该书店于 1956 年实行公私合营，并入教育图片出版社，后来发展为上海教育出版社。

目前能查到上列各书的最早中译版本分别为 1935 年 4 月，1935 年 6 月，1939 年，1935 年 4 月，1948 年。随后科学技术出版社于 1957 年将这 5 册数

学辞典再版，到 1959 年共印刷 4 次。上海科学技术出版社于 1959 年出新版，1960 年，1981 年分别重印，“供各地中、小学教师作备课时的参考”。



薛德炯、吴载耀和薛鸿达合译的《三 S 立体几何学》

译者简介 译者薛德炯和和吴载耀都是江苏江阴人，也都是新亚书店的编辑和股东。薛德炯 1887 年出生，1908 年留学日本，在早稻田大学半工半读。回国后曾在南菁中学等学校任教，1933 年入上海纺织工业专科学校兼课。闫晓民的硕士论文《〈代数学辞典〉中译本研究》研究了[32]《代数学辞典》，特别，论文中对两位编译者的生平有一些介绍，我们这里不赘述。

值得强调的是两位译者对翻译的付出。

长泽龟之助的数学辞典，5 册图书，共 4162 页，17216 道题，4689 千字，是薛德炯和吴载耀自 1932 年春开始，历时 3 年多编成的。具体编译由吴载耀编译初稿，薛德炯加以修订，几经修订、增补而成。

译者薛德炯和吴载耀在辞典的“编译者言”中，介绍了自己翻译长泽的辞典的动机：“余等自抛弃教书生涯，置身于出版界，环顾同业现况，小说出品，车载斗量，科学书籍，寥若晨星，深感无以应国人之所需要，屡思有所贡献。只以自身对于科学，亦只浅尝，何敢高骛；心短力长，不仅余等已也。”

数学书的排版更是殊为不易，在书的前言中有介绍。两位编译者对编译这么多卷辞典也是下了大决心。按新亚书店版的“编译者言”，1931 年，新亚书店即请两位编译长泽的辞典，但他们“当以兹事体大，未敢轻于尝试，搁置者半年”。1932 年春，新亚书店再次提议，薛德炯和吴载耀“穷思事在人为，虽不无荆棘当前，只在无人能鼓勇猛晋，自有成功希望。”这套书确是他们对“国人之所需要”的“贡献”。

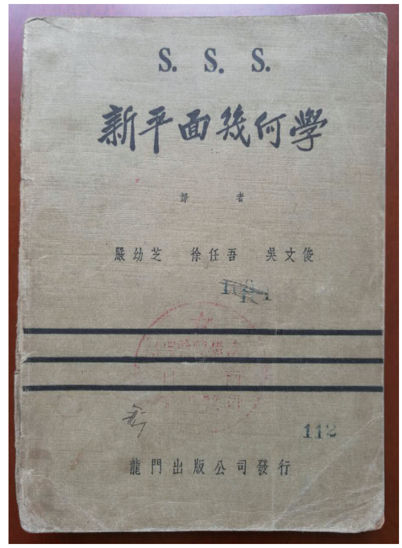
除了题解辞典，还能查到薛德炯、吴载耀编辑出版了《代数学辞典索引》（1935），《几何学辞典索引》（1935），《续几何学辞典索引》（1936），《三角法辞典索引》（1939）。这些书是将原书包含的解答去掉后形成的。

薛德炯、吴载耀还和薛鸿达合译了《三 S 平面几何学》《三 S 立体几何学》，分别在 1937 和 1946 年由开明书店出版。所谓“三 S”是因原著 Arthur Schultze,

[32] 闫晓民，《代数学辞典》中译本研究，内蒙古师范大学硕士论文，2012。

Frank Louis Sevenoak 和 E. Schuyler [33] 三人的姓氏的首字母都是“S”。《三 S 平面几何学》《三 S 立体几何学》在民国时期非常流行，有很多版本和译本。如

> 骆师曾编译《三 S 新平面几何学》（世界书局，1940）；
>
> 骆承绪译，骆师曾校订《三 S 立体几何学》（世界书局，1946）；
>
> 马纯德译，秦汾、程廷熙校阅的《初等几何学》（平面部分，北平文化学社，1931）；
>
> 严幼芝、徐任吾、吴文俊合译的《三 S 新平面几何学》（龙门联合书局，1944）。

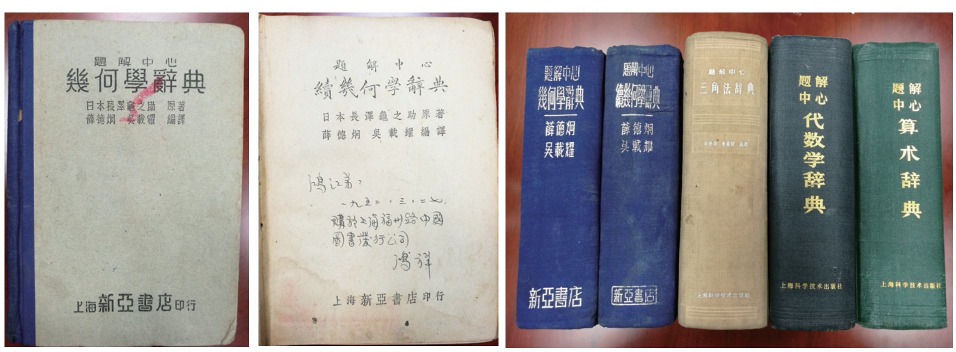


严幼芝、徐任吾和吴文俊合译的《S.S.S. 新平面几何学》

内容简介 长泽的辞典都是分科分类以一问一解的方式进行。19 世纪末到 20 世纪初，日本的数学教育奉行“解题即数学教育的一切”，教科书也多采用问题集的形式。

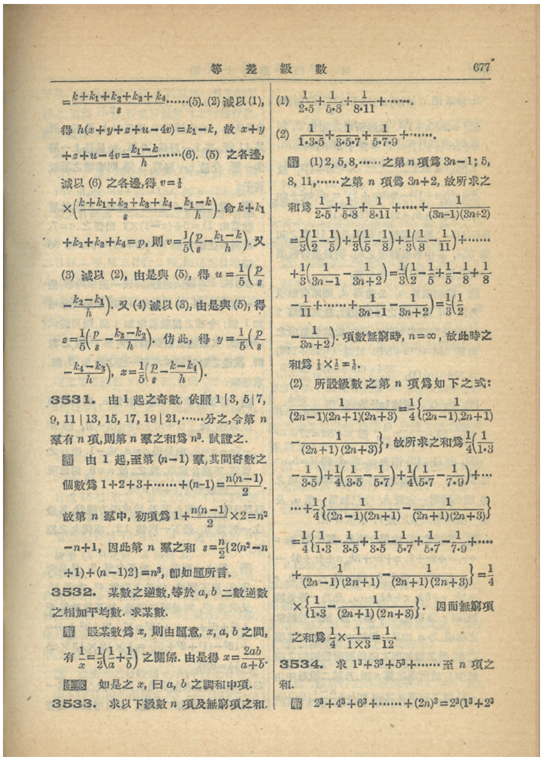
各册书所含的“内容提要”如下：

- 《算术辞典》内容包括分解法之部、名词之部、算术小史三门。解法门又分为数、数的应用、数性、比例、成数算法、开方、类聚一、类聚二、类聚三、理化学应用等十部，分门别类。载有题解 5284 题，附录英汉名词对照表、平方立方表、对数表、复利表、度量衡表、货币表等等，全书约计 1659 千字。
- 《代数学辞典》内容包括分解法之部、名词之部、算术小史三门。解法门



各册题解中心辞典（版本不一）

33 吴文俊参与新版《S.S.S. 新平面几何》第三位作者为 Stone。



等差級數 677

$=\frac{k+k_1+k_2+k_3+k_4}{s}$……(5). (2) 減以 (1), 得 $h(x+y+z+u-4v)=k_1-k$, 故 $x+y+z+u-4v=\frac{k_1-k}{h}$……(6). (5) 之各邊, 減以 (6) 之各邊, 得 $v=\frac{1}{5}\times\left(\frac{k+k_1+k_2+k_3+k_4}{s}-\frac{k_1-k}{h}\right)$. 命 $k+k_1+k_2+k_3+k_4=p$, 則 $v=\frac{1}{5}\left(\frac{p}{s}-\frac{k_1-k}{h}\right)$. 又 (3) 減以 (2), 由是與 (5), 得 $u=\frac{1}{5}\left(\frac{p}{s}-\frac{k_2-k_1}{h}\right)$. 又 (4) 減以 (3), 由是與 (5), 得 $z=\frac{1}{5}\left(\frac{p}{s}-\frac{k_3-k_2}{h}\right)$. 仿此, 得 $y=\frac{1}{5}\left(\frac{p}{s}-\frac{k_4-k_3}{h}\right)$, $x=\frac{1}{5}\left(\frac{p}{s}-\frac{k-k_4}{h}\right)$.

3531. 由 1 起之奇數, 依照 1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19 | 21, ……分之, 令第 n 羣有 n 項, 則第 n 羣之和爲 n^3. 試證之.

解 由 1 起, 至第 $(n-1)$ 羣, 其間奇數之個數爲 $1+2+3+\cdots\cdots+(n-1)=\frac{n(n-1)}{2}$. 故第 n 羣中, 初項爲 $1+\frac{n(n-1)}{2}\times 2=n^2-n+1$, 因此第 n 羣之和 $s=\frac{n}{2}\{2(n^2-n+1)+(n-1)2\}=n^3$, 卽如題所言.

3532. 某數之逆數, 等於 a, b 二數逆數之相加平均數. 求某數.

解 設某數爲 x, 則由題意, x, a, b 之間, 有 $\frac{1}{x}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ 之關係. 由是得 $x=\frac{2ab}{a+b}$.

注意 如是之 x, 曰 a, b 之調和中項.

3533. 求以下級數 n 項及無窮項之和.

(1) $\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\frac{1}{8\cdot11}+\cdots\cdots$

(2) $\frac{1}{1\cdot3\cdot5}+\frac{1}{3\cdot5\cdot7}+\frac{1}{5\cdot7\cdot9}+\cdots\cdots$.

解 (1) 2, 5, 8, ……之第 n 項爲 $3n-1$; 5, 8, 11, ……之第 n 項爲 $3n+2$, 故所求之和爲 $\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\frac{1}{8\cdot11}+\cdots+\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{11}\right)+\cdots\cdots+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{11}+\cdots\cdots+\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3n+2}\right)$. 項數無窮時, $n=\infty$, 故此時之和爲 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$.

(2) 所設級數之第 n 項爲如下之式: $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}=\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}-\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}\right\}$, 故所求之和爲 $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1\cdot3}-\frac{1}{3\cdot5}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3\cdot5}-\frac{1}{5\cdot7}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5\cdot7}-\frac{1}{7\cdot9}\right)+\cdots\cdots+\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}-\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}\right\}=\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{1\cdot3}-\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{3\cdot5}-\frac{1}{5\cdot7}+\frac{1}{5\cdot7}-\frac{1}{7\cdot9}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}-\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}\right\}=\frac{1}{4}\times\left\{\frac{1}{1\cdot3}-\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}\right\}$. 因而無窮項之和爲 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{12}$.

3534. 求 $1^3+3^3+5^3+\cdots\cdots$ 至 n 項之和.

解 $2^3+4^3+6^3+\cdots\cdots+(2n)^3=2^3(1^3+2^3$

《代数学辞典》中的一页

又分为整式、因数、分数、根数、指数、虚数、对数、方程式、行列式、极大极小、二项定理、或然率等等 59 节。载有题解 4512 题，附录公式集、英汉名词对照表，全书约计 1100 千字。

- 《几何学辞典》内容包括平面几何学解法之部、名词之部两门。解法门又分直线、圆、面积、比例正多角形计算题、轨迹作图、极大极小等十编，循序渐进由浅入深。载有题解 2428 题，插图 2140 个，卷首冠有与平面几何有关的要项，卷末附有英汉名词对照表。上卷约计 550 千字，附刊题解类索引，引述简明，易于查索。

- 《续几何学辞典》内容包括立体几何解法之部、平面几何学补遗、近世几何解法之部、常用典线解法之部、名词之部、几何学小史等六门。载有题解 1638 题，插图 1700 个，卷首冠有几何学公式集，卷末附有英汉名词对照表及有关直角三角形、斜三角形的各表。下卷约计 550 千字，附刊题解类索引，引述简明，易于查索。

- 《三角法辞典》内容包括平面三角法解法之部、球面三角法解法之部、名词之部、三角法小史等四门。载有题解 3354 题，插图 460 个，卷首附有三角公式集、三角法诸表，卷末附有英汉名词对照表。全书约计 830 千字，附刊题解类索引，引述简明，易于查引。

我们举一些书中的有难有易的一些问题以便读者对该辞典有些认识。

《代数学辞典》第 2670 题：证 $(1\cdot 2\cdot 3\cdot\cdots\cdot n)^3 < n^n\left(\frac{n+1}{2}\right)^{2n}$.

《算术辞典》在整数应用部分，按应用范围分为学事、粮食买卖、发行出版等方面的问题。例如 749 题（粮食）：一将统兵 300 人，欲守城 100 日，今设一人一日之粮食为 5 合，则需要粮食若干？第 767 题（学事）：某学校有学生 45 名，二人共一台，问需要几张台。

《几何学辞典》第 1390 题：设圆之半径为 r，求其内接正十二角形之面积。

《三角法辞典》第 1775 题：设 θ 在零及直角之间，则 $\cos\theta$ 大于 $1-\theta^2/2$，而小于 $1-\theta^2/2+\theta^4/6$.

类似辞典 日本还有位背景类似于长泽龟之助的数学家名叫笹部贞市郎。他于 1887 年生于日本本州冈山县手庄村（现高粱市），因家庭经济原因没有继续升学，只接受过 8 年普通高等小学的正规教育。后来通过努力，自学取得了小学教师、中学教师资格，终生从事数学教育。

日本数学工作者很热衷编辑数学辞典。笹部贞市郎在 1940 年代也编写了大型数学辞典系列。上海教育出版社曾于 1980 年代将这些辞典翻译出版了，其中包括

《代数学辞典：问题解法》（上、下册，蒋声、张明梁等译）、
《三角学辞典：问题解法》（肖乐译）、
《几何学辞典：问题解法》（高清仁等译）、
《解析几何辞典：问题解法》（关桐书等译）、
《微积分辞典：问题解法》（蒋声等译）。

1971 年 5 月，日本人岩田至康编著了 6 卷《几何学大辞典》（东京槙书店出版发行），每卷约五、六百页，各卷标题依次如下：

《基本定理 • 问题 • 平面》
《基本定理 • 问题 • 空间》
《证明问题 • 平面》
《证明问题 • 平面 • 空间》
《轨迹 • 作图 • 计算问题 • 平面 • 空间》
《圆锥曲线 • 其他 • 平面 • 空间》

7 当代名人与数学辞典

通过私人交往，我知道长泽龟之助的数学辞典曾被广泛地使用。实际上，我对长泽龟之助的辞典产生兴趣是因为几年前我的一位朋友告诉我前述鲁迅赠数学书给一位青年的故事。他在高中时做过《代数学辞典》中 400 多道题。我也知道有数学研究者自己或自己的父辈受过长泽的辞典的影响。我们仅介绍一些公开的资料中可以找到的使用长泽龟之助的辞典的情况。我们下面分别介绍

当代名人李未、王小波、于秀源和林公武与长泽的数学辞典的故事。

李未 2009 年，李未（1943-）院士作为校友在辽宁省实验中学建校 60 周年报告会上演讲《实验中学放飞了我的理想》[34]，回忆了从 1955 年到 1961 年在中学读书的经历。他重点叙述了当年求学的故事：

“起初做习题只是为了能回答老师的问题，得到表扬，后来渐渐地就变成了一种习惯，最后就变成了一种嗜好，做上了瘾。于是乎，我读遍了图书馆所藏的代数和几何参考书，把书上的习题全做完了。到最后，图书馆老师搬出了馆藏的长泽龟之助的三本数学辞典：《几何学辞典》《代数学辞典》和《三角学辞典》来给我看。由于这些书不外借，是老师们的参考书，就更激发了我的兴趣。每天下午，我一定要到图书馆去做一个多小时习题，一直坚持下来，高一就把高中数学所有的课程都自学完了。这样下来，我就变成了一个题虫。……可以说，是中学六年的教育，引导我走上了后来的学术探索之路。所以我说实验中学放飞了我的理想。”

1961 年，李未考入了北京大学数学力学系。1997 年他被选为中国科学院院士，2002 年至 2009 年任北京航空航天大学校长。

于秀源 1983 年初夏，新中国自己培养的首批 18 名博士在北京人民大会堂里接受了博士学位的授予，其中包括谢惠民、白志东、赵林城、李尚志、洪家兴、李绍宽、张萌南、童裕孙、王建磐、于秀源、苏淳、单墫等 12 位数学相关方向的博士。

天津人民出版社及时编辑了一本书介绍这批博士的成长道路，其中有篇文章《奋斗之歌——记于秀源》[35] 介绍了于秀源。根据这篇文章，于秀源于 1942 年出生于山东省章丘县一个普通农民家庭。他在青少年时就对数学很感兴趣。按《奋斗之歌——记于秀源》：“每年寒暑假，他都用来超前

1983 年时的于秀源素描（来自《博士成长的道路》）

[34] 李未，实验中学放飞了我的理想，见《变革中的大学：李未教育文存》（李未，高等教育出版社，2012）或“北京航空航天大学校长中国科学院院士李未在辽宁省实验中学建校 60 周年报告会上的讲话”，2009，http://www.lnsyzx.com/Article/xqzt/1551.html，http://www.lnsyzx.com/Article/xqzt/1551_P2.html。

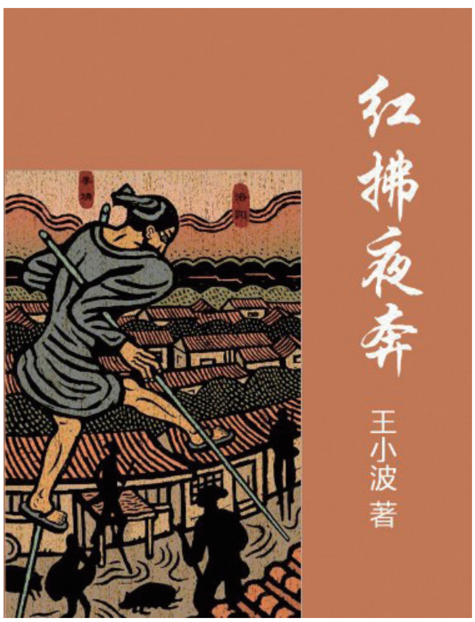
[35] 梁冰，奋斗之歌——记于秀源，见天津人民出版社编《博士成长的道路》，天津人民出版社，1984。

学习数学课程。初中时，他的数学程度已经超过了高中学生的水平。高中时，他不但通读了《代数学辞典》《三角法辞典》[36]《几何学辞典》和阅读了各种课外补充读物，而且学习了高等代数、解析几何和微积分等基础知识。”

于秀源在1959年秋考入山东大学数学系，又在1964年毕业后考入杭州大学数学系，在陈建功指导下当研究生。不幸的是，动乱中断了他的研究。文革期间，于秀源坚持自学。1978年，在山东大学数学系潘承洞教授的鼓励下，于秀源考入山东大学，成为了潘承洞的研究生，并于1983年获得博士学位。读博士期间，于秀源在1981年去英国剑桥大学跟随1970年菲尔兹奖获得者阿兰•贝克（Alan Baker）学习超越数论。于秀源与潘承洞合著有《阶的估计》，他还翻译了布恩的《数论入门》。于秀源现在是杭州师范大学数学系教授，从事解析数论、超越数论、密码学和数学教育的研究。

王小波　1995年秋，王小波接受黄集伟主持的广播读书节目“孤岛访谈”的采访，提到过自己通过数学辞典刷题的经历[37]：

因为当时就跟我在假定中现在到达的这个“孤岛”的情况差不多。没电视，没电影，没什么文化消遣。所以，无论多么难看的小说在那种情况下都不难看。当然，最耐看的恐怕还是习题集。因为有很多难题可作，时光不知不觉就过去了。比如（即吉米多维奇）编的高等数学习题集，它是一本微积分的习题集，里面有好多特别困难的数学题，做起来很耗时间，《几何学大辞典》是一本很旧的书，它里面有很多初等数学题，可能在初等数学的题中是最难的了，有各种各样怪极了的几何题，要做的话很耗时间——实在闲着没事儿，我觉得做题也是一种消遣。有一段时间，我就靠做题打发时光。



《红拂夜奔》封面

做《几何学大辞典》是从云南回京在家病休的时候，我做了好多平面几何的题；做基（吉）米诺维奇习题是……说来不好意思，是我

[36] 原书误为《三角学辞典》。

[37] 黄集伟，王小波，最初的与最终的，见于文集《王小波十年祭奠》（李银河编著，凤凰出版传媒集团，江苏美术出版社，2007），或文集《不再沉默——人文学者论王小波》（王毅编著，光明日报出版社，1998）。

太太比我先出国两年，我一个人在家没事儿，就来做一些微积分的题。打发时光的一种办法吧。

访谈中王小波提到的《几何学大辞典》，应是《几何学辞典》的口误[38]。

王小波对数学很熟悉，曾在人民大学任统计学老师。而且，王小波把数学直接写入他的多部小说中。例如，他的代表作《红拂夜奔》有多段涉及数学：

我知道李卫公精通波斯文，从波斯文转译过《几何原本》，我现在案头就有一本，但是我看不懂，转译的书就是这样的。比方说，李卫公的译文“区子曰：直者近也。”你想破了脑袋才能想出这是欧几里德著名的第五公设：两点间距离以直线为最近。

最近有人证出了几百年没有证出的“地图四色问题”，但我一点不佩服，因为他们用了一架每秒钟运算上亿次的巨型机。我要是有上亿美元，也会买台巨型机。还有人验证了对于小于 100 的 N 和小于 10 的 6 次方之 x、y、z，费尔马定理均成立，但我也不佩服，因为也是用计算机做的。这算什么？显摆你有计算机。我佩服卫公，他只用了手指头，木头棍（筹算法）就证出了费尔马定理。

文革期间以做数学题来打发时光，王小波不是个例。作家刘震云也有类似的经历。刘震云在 1978 年考上大学前有 5 年时间在军队参军，当时很容易得到理工科书本，社科类书不便得到，他便通过自学数学作为消遣。这也使得他在 1978 年高考恢复参加高考时，以数学成绩 89 分的高分，成为河南省文科状元并被北大中文系录取。他曾这样回忆：“我现在记得，在村里，我特别爱买一本数学书，就晚上一个人在煤油灯下边，就是解那些代数啊，包括方程啊，函数啊，什么的，我好像特别有兴趣。所以到部队的话，我有时候也是爱拿着数学书看，我自己学的微积分，这是大学的课程。[39]”

刘震云非常强调数学对写作的重要性。他说：“我觉得作家的责任，就是从别人说不清楚的地方开始把它说清楚。而有些人说不清楚，就是因为他数学不好。[40]”“学好数学，因为数学是对细节、逻辑推理要求最严密的科学，不然你演算了五页稿纸，最后小数点点错，就全错。对作家来说，处理好句与句之间的关系、段与段之间的关系，都需要这种严密性。[41]”

[38] 这可以从王小波提到的“做《几何学大辞典》是从云南回京在家病休的时候”来判断。王小波是在 1971 年春离开云南回到北京的。所以王小波大约是在 1971 年接触到所谓的《几何学大辞典》。日本原著《几何学大辞典》是 1971 年出版的，在那个年代几乎不可能被王小波得到，而且王小波也没有机会学习日语。此外，王小波所指也不会是笹部贞市郎的《几何学辞典》，后者的中译是 1980 年代出版的，王小波不可能在 1971 年读到该书。

[39] 刘震云，我觉得这个世界没有伟人，http://www.timetimetime.net/renwu/77477.html。

[40] 何瑶，范钰，数学不好的人不能成为好作家，2016。
http://fashion.sohu.com/20161121/n473691993.shtml。

[41] 刘震云，读书为了长见识，也为了长乐趣，2017。
http://mt.sohu.com/20170411/n487784044.shtml。

或许正是因为刘震云曾经的数学训练，使得他能够驾驭庞杂结构和繁复语言，成为“中国最绕作家”。

林公武 书画家林公武写过一本书《夜趣斋读书录》，专叙他读的各种书。书中一篇短文，谈到了他当年学习《代数学辞典》的经历[42]：

> (《代数学辞典》) 购于60年代初，抚物追昔，令人慨然。……。十二年寒窗，三年停课，八年荷锄，返城时已入而立之年。那浸透着汗水的田地，磨不去一代人的艰辛足迹，历尽磨难的岁月都注入丝丝的皱纹。
>
> 学生时代，曾购置了百多册数理化、外语参考书。一有零钱就买书。但身上穿的是补丁衣服，上学打着赤脚，夏天走在柏油路上，烫得脚底起泡。冬天，冻得皮裂血流。这些书经“文革”后，遗失殆尽，仅馀此数册，尤觉珍贵，跋以备忘。

林公武是借物思情。他曾在接受采访时，感慨过当年的岁月[43]：“当我在四十多年后再翻阅这本《代数学辞典》时，可以说对于我们这些身为‘老三届’的学生，‘无法抚慰的岁月’怎能忘怀。深感这一代人更多的是理想而现实并非所愿；更多的是献身而所得极少；更多的是激情而青春不再。”

除了这套辞典确实不错之外，文革前后图书缺乏，也是这套辞典比较受青睐的原因之一。同时，也可能和中国学生喜欢做题有关。张奠宙在其《海外见闻录》中说：“日本和中国都有‘考试地狱’的说法，在教学方法和注重演练方面有许多共同之处。”

---

[42] 林公武，代数学辞典，出自《夜趣斋读书录》（林公武著，河北教育出版社，2005）。

[43] 摇摇，墨兵千万尽驱使，海峡通讯，2007，no. 2，http://www.fjnet.cn/misc/2007-02/01/content_258657.htm。

致谢：作者感谢与王涛博士的交流。

作者简介：
欧阳顺湘，北京师范大学数学系学士、硕士，德国比勒费尔德大学博士，现于南方科技大学任教

贝叶斯版的“三人成虎”

王志祥　　宋　涛

三人成虎（宋涛手绘）

《战国策》中有一个众人熟知的故事——三人成虎[1]，其意为三个人谎报集市里有老虎，听者就信以为真。比喻谣言多人重复述说，就能使人信以为真。你或许想不到，在看似与之毫不相干的概率中，这却是一个贝叶斯公式应用的经典案例。不相信？那我们一起解读一下：

根据经济学家凯恩斯（John Maynard Keynes）在他的《概率论》（*A Treatise on Probability*）一书中提到的“中立原理”：如果我们没有充足理由说明某事的真伪，我们就选对等的概率来定每一事物的真实值。据此，我们假设来人的可信度 H 为 0.5，即 $P(H)=0.5$，$P(\bar{H})=0.5$。

穿越历史，我们假设：D 为事件“说实话”，在魏王的眼中，能够信任的

[1] 庞恭（也作庞葱——编者注）与太子质于邯郸，谓魏王曰：“今一人言市有虎，王信之乎？”王曰：“否。”“二人言市中有虎，王信之乎？”王曰：“寡人疑之矣。”“三人言市中有虎，王信之乎？”王曰：“寡人信之矣。”庞恭曰：“夫市之无虎也明矣，然而三人言而成虎。今邯郸之去大梁也远于市，而议臣者过于三人。愿王察之。”王曰：“寡人自为知。”于是辞行，而谗言先至。后太子罢质，果不得见。——《战国策·魏策二》

人说实话的可能性为 0.8，而不可信的人说实话的概率为 0.4，即 $P(D/H)=0.8$，$P(D/\bar{H})=0.4$ 。

魏王在连续三次听到有人来报告“市中有虎”后，这时他对此事形成了一个判断的过程，就是来人说实话的可信度在慢慢增大。根据贝叶斯公式

$$P(H/D)=\frac{P(H)P(D/H)}{P(D)}=\frac{P(H)P(D/H)}{P(H)P(D/H)+P(\bar{H})P(D/\bar{H})}$$

我们得知，第一次听到后，

$$P(H/D)=\frac{0.5\times 0.8}{0.5\times 0.8+0.5\times 0.4}=\frac{2}{3}\approx 0.66,$$

说明他对此事的可靠性持怀疑态度，这时他会自然而然地修正对此人的印象，来人的可信度调整为：

$$P(H)=\frac{2}{3},\quad P(\bar{H})=\frac{1}{3},$$

第二次听到后，

$$P(H/D)=\frac{\frac{2}{3}\times 0.8}{\frac{2}{3}\times 0.8+\frac{1}{3}\times 0.4}=0.8.$$

此时，他对此事的怀疑程度愈发增大，而来人的可信度调整为 $P(H)=0.8$，$P(\bar{H})=0.2$；第三次听到后，

$$P(H/D)=\frac{0.8\times 0.8}{0.8\times 0.8+0.2\times 0.4}=\frac{8}{9}\approx 0.9.$$

魏王对于来人的信任程度已近 9 成，因而对来人所说的“市中有虎”这件事，恐怕已经是深信不疑，庞恭自然是“果不得见”。

以上就是贝叶斯版的“三人成虎”，随着魏王对来人的信任一次次增大，结果就是不再去信任庞恭，让最后出场的老虎笑到了最后。

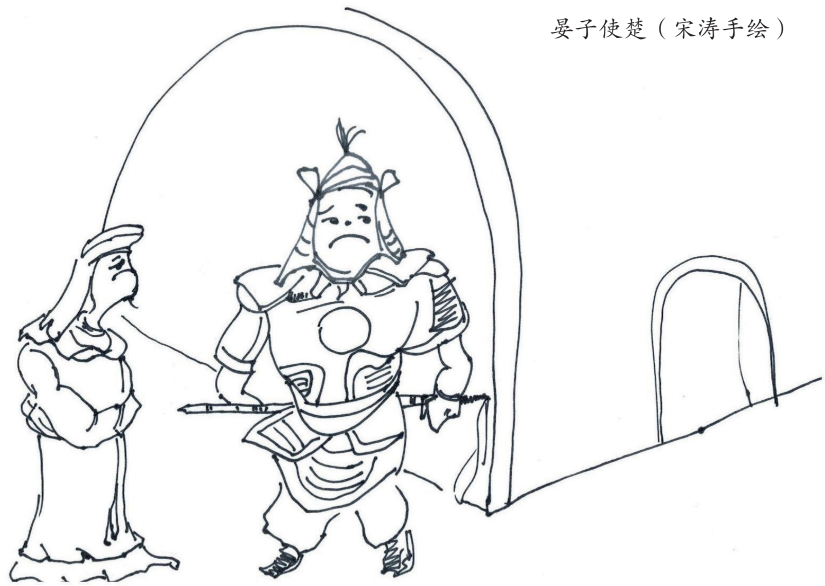
通过现有信息（即使是片面或近期的资料）去对将来的信息做出推断，这就是贝叶斯理论。如果你看到一个人总是做一些好事，那么你会认为那个人多半会是一个好人。这就是说，当你不能准确知道一个事物的本质时，你可以依靠与事物特定本质相关的事件出现的多少去判断其本质属性的概率。

伊索寓言里有则大家都熟悉的故事——《狼来了》，大家不妨用这种方法试一试，相信你也深有同感。

闪烁智慧光芒的三段论

王志祥　　宋　涛

三段论推理是演绎推理中的一种简单判断推理。它包含两个性质判断构成的前提和一个性质判断构成的结论。三段论是最普遍的推理形式，应用之广，使用频率之高，是其他推理形式所不及的。我国很早就有使用三段论的趣事。



晏子使楚（宋涛手绘）

春秋时，齐国相国晏子十分聪明，能言善辩。有一次，齐王派晏子出使楚国。楚王知道晏子身材矮小，想趁机侮辱他，就令人在城门旁边挖了一个小洞。当晏子来到后，让他从小洞爬进去。晏子不进去，说："出使到狗国的人从狗洞进去，难道今天我是出使到了狗国？"守门的官吏只好乖乖地让晏子从大门进去。楚王仍不甘心，问道："你们齐国大概是没人了吧？怎么派你来了呢？"晏子不慌不忙地说："齐国都城临淄有几千户人家，房屋连成片，街道纵横交错。大街上的行人肩碰着肩，脚跟接着脚跟。人们张开衣袖，便蔽日成荫；挥把汗水，就犹如下雨。怎么能说齐国没有人呢？"楚王说："那为什么派你来呢？"晏子回答说："我们齐国委派使者是有规定的，有才干的人出使君主贤明的国家，没有才干的人出使君主无能的国家。我晏婴在齐国最没才干，所以就只能出使楚国，这不是很合适吗？"楚国君臣们面面相觑，半天说不出话来。

面对楚人要他钻狗洞的刁难，晏子用一个三段论给出了有力的反击：

大前提：到狗国要钻狗洞；
小前提：我到了狗国；
结　论：所以，我要钻狗洞。

楚王侮辱晏子无能，晏子的回答非常精彩，其中也包含一个三段论：

大前提：最没才干的人出使君主最无能的国家；
小前提：我晏婴是最没才干的人；
结　论：所以，我晏婴出使君主最无能的国家（即楚国）。

这个三段论以对等的原则为大前提，合乎逻辑地推出楚王是最无能的君主，寓意明确，楚王自取其辱，不得不甘拜下风。

从思维过程来看，任何三段论都必须具有大、小前提和结论，缺少任何一部分就无法构成三段论推理。但在具体的语言表述中，无论是说话聊天还是写文章，常常把三段论中的某些部分省去不说。省去不说的部分或是大前提，或是小前提，或是结论。


让路（宋涛手绘）

歌德是18世纪中叶到19世纪初德国和欧洲最重要的诗人和学者，他的许多诗歌在当时就广为人们所传颂。但在他生活的那个时代，也有人对他和他的作品怀有成见。一天，他在魏玛公园里散步，在一条狭窄的人行道上，迎面遇见一位对他的作品提过尖锐的、带有挖苦性批评的批评家。两人越走越近，最后面对面地停住，那位批评家蛮横地喊道："我从来也不给蠢货让路。"歌德则笑容可掬地闪避一旁，并机智而礼貌地答道："我可恰恰相反。"结果那位批评家

讨了个没趣，半天也没有说出一句话。

在这则故事里，无论是文艺批评家还是歌德，各自都只说了一句，虽然话语非常简练，却充分体现了演绎推理的三段论法。

批评家用了一个混合关系的三段论

大前提：我从来不给蠢货让路；
小前提：你是蠢货(省略)；
结 论：我不给你让路（行动表明)。

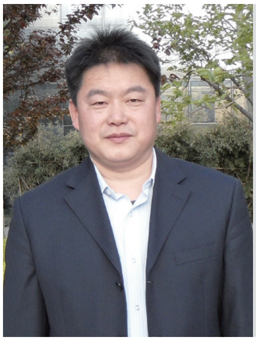
他只说出推理的大前提，小前提隐而不说，以不让路的事实来表明他的结论。

而歌德的推理是：

“我恰恰相反”，即

大前提：凡是蠢货，我都给他让路；
小前提：你是蠢货（省略)；
结 论：所以，我给你让路（行动表明)。

歌德也只是说出了大前提，以让路的行动表明结论，省略的小前提则是：你是蠢货。就这样，机智的歌德既显示了风度又将“蠢货”的头衔轻松地戴到对方头上了！



王志祥，教育硕士，山东省德州第一中学教师。

宋涛，硕士，山东省德州第一中学教师。

最短的数学博士论文只有一句话

（李特尔伍德定理的一个修正）

D. Zagier / 文　崔继峰 / 译

李特尔伍德（J. E. Littlewood）在其数学随笔集[1]中提出过这样的问题：一篇数学博士论文原则上可以有多短？并给出精确的答案："两句话。"为了证明这个断言，他首先指出两句话是下界：因为数学中的任何论点都至少必须包含定理的表述（一句话）及其证明（一句话）。紧接着，他从理论上（尽管在实际中它大概永远不可能）说明了这个下界可以取得：只利用那一时期的数学家所熟悉的结果和观念，皮卡（Picard）的"小"定理——取值避开 0 与 1 的整函数是常数——的证明就只要一句话。然而，李特尔伍德忽略了这样的事实，人们可以通过一句完整的话来缩短论文，即可以将定理的表述作为标题而不是文章的主体（例如[2]）。此外，他对上界的举例证明也太过复杂，因为有一个比皮卡定理更为著名和简单的定理可以去证明。而且，毫无疑问，它是如此重要，以至于因此而授予作者博士学位完全够格。所以，我们在此提出李特尔伍德定理的下述修正和改进的版本。

定理. 最短的数学博士论文只有一句话。

证明. 一句话显然是一个下界，因为数学中的一个论点必须包含一个证明。我们证明，这个下界可以通过以下理论上可行的博士论文的显式构造而得到。

有界整函数必为常数

约瑟夫 • 刘维尔（Joseph Loiuvulle）

1844 年提交给巴黎大学数学系，以部分满足自然哲学博士学位授予要求

若 $f(z)$ 是有界的整函数，则根据柯西定理，对每个复数 a，有

$$f'(a)=\lim_{R\to\infty}\left(\frac{1}{2\pi i}\int_{|z|=R}\frac{f(a+z)}{z^2}dz\right)=0,$$

所以 $f(z)$ 是常数。

本文译自 Amer. Math. Monthly 121 (2014), 618. 原文标题："A refinement of a theorem of J. E. Littlewood".

本文在翻译过程中，得到了中国矿业大学张汉雄博士和京都大学吴帆博士的帮助，在此表示感谢。

[1] J. E. Littlewood, A Mathematician's Miscellany. Methuen & Co., London, 1953. 有中译本《Littlewood 数学随笔集》，高等教育出版社，2014 年出版。

[2] D. Zagier, A one-sentence proof that every prime $p\equiv 1 \pmod 4$ is a sum of two squares, Amer. Math. Monthly 97 (1990) 144.

晚秋晚情度归人

蒋春澜

晚秋一如我，过了春天的懵懂，夏日的喧嚣，初秋的不舍，留下的是一份渐浓的冷凝。林语堂[1]说的“古色苍茏”的意境，那是佛家、仙家的况味，语堂先生可在仙家之列的。

我是喜欢晚秋的，似乎小时候就有偏爱，偶时放学后会迟归，一人默坐在小溪桥边，光脚伸进凉气惊肤的水里，听竹喧寒声，看疏叶飘零，发呆到母亲的喊归之声远远飘来，方才惊鸟似的扑楞着回家。母亲见我手里的鞋子，额头上密密的汗珠儿，嗔怪地说：“又去河边呆去了，都穿上夹袄了，就不觉冷？”父亲打着圆场：“这孩子，身子里的血热性，没事的。”这是读小学的事情了。只是，父亲的那句话多年以后又被友人提起，听后有些唏嘘而已。

到了上中学时，才第一次听到关于晚秋的唐诗，那还是在文革中，念诗的人是蔡崇林，我的语文老师。情景如今依旧清晰：蔡老师于华中师大中文系毕业，因家庭成分问题发配到双溪中学教书，与妻子天各一方。刚好那年中秋，母亲嘱我送几块自制的月饼去蔡的宿舍。我到时，蔡老师一人伶仃在看照片，照片上是他刚添的小女儿，脸上的喜色与凄苦混成一抹奇怪的表情。见我来访，蔡老师眼中有了暖意，我们一块吃月饼，一起看幼儿的照片，蔡问：“您看她像谁？”我被问愣住了，一则，蔡对我用了“您”的敬称；二则，我从未见过他夫人的。见我发窘，蔡也笑了，眼帘间漏出来些许明亮，说了句：“小东西，挺像我的。”我心想，蔡老师眉清目秀的，女儿像他会挺好看。蔡说罢，又把手里的月饼捏成末状，撮指去喂照片中小不点：“囡囡，爸爸吃，你也吃，我们一起吃。”说着说着，他声音有些哽咽，好在及时停住了，转过头来对我说：“春澜，静夜月圆，我教你一首唐诗吧，谢谢你妈妈。”

唐诗是元稹写的：“竹露滴寒声，离人晓思惊。酒醒秋簟冷，风急夏衣轻。寝倦解幽梦，虑闲添远情。谁怜独欹枕，斜月透窗明。”

[1] 林语堂，中国现代著名学者、文学家、语言学家。

蔡老师念得轻而缓，似怕惊醒睡梦中女儿，良久良久，才一句一句地给我解释诗中之意。此后，晚秋在我的心中镀上了一份心愁：月下孤人吊影，凝情客乡悲远，总有一份挥之不去的萦绕。

飞鸿影去，年华蹉跎，晚秋给我的一份洒脱是而立之年，正值我在吉林大学攻读博士学位。彼时，适逢研究工作有了突破，而且获得世界同行的认可。那年的晚秋，也就是 1990 年，恩师江泽坚[2] 先生已从长春返回南方的工作单位——南京工学院，按惯例，我去先生家汇报学业。先生家在南京的古城墙脚下，我到时是午时已过，晚饭尚早，师母说："春澜，你来，老师高兴，你辛苦些，先陪他出外散散步吧。"先生果然兴致好，应诺一声便带我出了家门。

一路上，垒草泛白，篱菊吐黄，高风疏叶间的古墙如一幅素帛。那日先生不似以往，只问我家中父母妻儿，避谈学业，问罢儿则细处后，便对我说："春澜，你父母身体尚健，倒是可以远游的。"我稍愣片刻，回话道："老师，今年我该博士答辩了。"先生脸色一沉："晚一年又如何？"我支吾道："同年的同学们都答辩了。"先生叹口气说："看来我是高看你了，实望你出国访学一年，学业再有精进的。"先生的这个打算来得突兀，我毫无准备，便嗫嚅地问："去哪个国家？导师是谁？""加拿大的卡尔顿大学，Fong 是你的导师。"先生脸色平静了些："不过，他的研究方向你是陌生的。"我有些惶急了："老师，您是知道的，我的英语糟糕得很。何况……"，先生一脸嘲弄地止住我："你是不洒脱，更是不自信，你是怕耽误了你的一年光阴，比别人提职称晚，年纪轻轻的，就如此瞻前顾后。"先生的话激出我一头汗："老师，去就去，不就是再苦一年么。"先生说："我们都是苦过来的，让你去，是让你见见世面，问渠那得清如许，为有源头活水来，这句诗你听过么？"未待我接话，先生又说："朱熹的，

[2] 江泽坚（1921-2005），中国著名数学家、教育家，吉林大学数学学科主要创始人之一，原吉林大学数学研究所所长、原吉林省人大常委。

其中深意你懂得的。”我自然知道朱熹圣人的诗意，更懂先生的用意，只是觉得先生有些不近人情，按老人家的行事个性，年底我就得去异国他乡了，一想到这里，瞬间感到秋尽寒意袭身，自觉云物凄凉。先生也是沉凝些许，缓缓说了句：“人云霜露凝白，可知秋水老意？”

关于“秋水老”一说，若干年后才知其中之味，至少当时是勉强地洒脱了，不得已的勉强。约莫记得当时先生还念了一首北宋秦观的词，用来调侃我的：“漠漠轻寒上小楼，晓阴无赖似穷秋。淡烟流水画屏幽。自在飞花轻似梦，无边丝雨细如愁。宝帘闲挂小银钩。”

词，是现今百度出来的，因我对“宝帘闲挂小银钩”的印象犹深。按如今的理解，当时先生的含意和词意该是大相径庭的，想必是在讥讽我，学业刚入初春，略有小成，本应如飞花无忌，却偏莫名结愁，妄得闲情处世。

2016 年，按虚岁，我已是花甲之年，父母、先生均已驾鹤西去，蔡崇林老师也已失去联系。三十年的光阴，人生逆旅，五味杂陈，我亦是行人亦是客卿，磨尽了诸多俗尘烟火，更是独情于晚秋，只是没了儿时莫名的愁绪，偶尔也会回味元稹的诗情：“虑闲添远情”，不是悲远的萦绕，而是添了一份对过去的理解：异乡为客，独处思亲，该是别有一番滋味的。蔡老师当时对我用的敬称“您”，原本是在对家人自语，问询，是他的老父，抑或是他的慈母。

同年的晚秋，友人邀我们夫妇去苏马荡[3]闲游，苏马是土家语，意为老虎，苏马荡即是老虎喝水的地方。苏马荡跨川、鄂两省，海拔 1400 余米，常年细雨蒙蒙，云雾缭绕，轻寒可人黄云暮，空水澄色悄人家。就是这份当时的景致，让我的归隐之心顿时浓烈，随即决定在此买房养老，并交了定金。晚上，友人请完饭，又泡茶招待，茶是铁观音，水却特别，友人特地介绍：“这水取自山腰中一渊古潭，春初杨柳风，潭水嫩，夏时泡明前的绿茶，去暑，秋末露凝白，潭水老，冬时泡罐存的红茶，暖胃。”见朋友说得认真，我不禁莞尔：“潭水还有嫩、老之分么？”这一问，朋友回得益发郑重：“露凝白，秋水老，可是我们这里的谚语，那渊古潭是有灵性的，春时水清至底，见得着潭底的石子，入秋开始厚重，到了秋末，已是碧水凛冽却不见深浅的。”朋友的话一下让我怔住了，三十年前，江先生的那句：“人云霜露凝白，可知秋水老意？”立时浮上心头，先生不也是凛冽凝碧，秋水老时，存一潭呵护之情么！直到如今鬓发飘霜，我才得真正领悟。

先生去矣，晨暮暌违，再也无缘亲承謦欬。如今我也是晚秋素野，凋树零叶，虽做不到潭水凝碧，滋养后人，但该有一份旷达的辽阔，如露凝白，回归本色了。

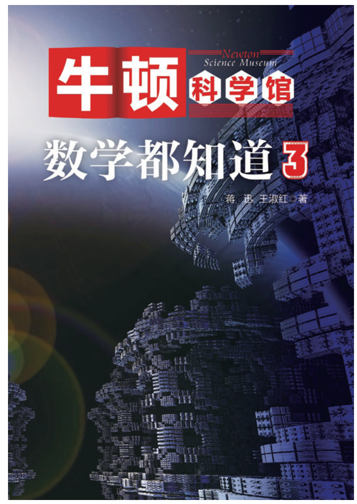
作者简介：蒋春澜，武汉工业大学学士，吉林大学硕士、博士。现为河北师范大学校长，教授，博士生导师。

[3] 地处湖北省境内，位于长江南岸，海拔 1500 余米，面积约 20 平方公里。

好书推荐

我读《数学都知道》

张　进



2016年8月28日与老友蒋迅在微信上聊天，得知北京师范大学出版集团将要出版他与王淑红老师合作的数学科普读物《数学都知道》，共三册。当时，蒋迅答应出版后送我一套。从那天起，我一直期待着尽早读到这套书，但又不敢催问蒋迅，怕他工作忙顾及不上这件“小事”。

我和蒋迅认识已有四十多年了，那时他上初一我上初三，因为搬进北师大新建成的工八楼成为了邻居。蒋迅性格开朗，为人诚实，学习勤奋，做事持之以恒。他在纪念赵慈庚教授的一篇文章中写到：“一旦认准了自己的路，我将义无反顾走到底，尽自己的所能为社会做出贡献。”他1978年考入北师大数学系后，不论学习和工作都没有离开过数学。在北师大数学系读完研究生后，蒋迅赴美国深造，在马里兰大学数学系获得博士学位后留在美国工作至今。

2017年1月19日下午蒋迅在微信上告诉我：“书到手了，春节你可以打发时间了。”晚上下班回家，果然看到了师大出版集团专门派人送来的三册《数学都知道》。得到书，我一有空就学习，但是用了两个月才读完。蒋迅告诉我，我是这套书的“第一位读者，并且是第一位读完的读者”。

《数学都知道》是怎样的书呢？以下是我看到的关于本书的一些评论：

——学好数学，对提升逻辑思维大有裨益。数学是基础的基础。当今社会生活方方面面都离不开数学。要想做好现代企业管理，财经投资领域等等无不倚重数学基本知识。缺乏数学基础，就像先天不足一样。中国现在已经有“机器人智能投资顾问”。投资领域发展很快，对人才需求旺盛。本书对有一定数学基础的职场人员，是很好的充电必备书籍。

好书推荐

——这套书涵盖的范围非常广泛，且史料详实。从古至今，从纯数学到应用数学，从数学文化到具体的数学方法，都有所涉及。每篇文章像一个单元剧，深深地吸引着我们。

——很有诚意的书。生动有趣，引人入胜。一口气读下来，不但是数学书，艺术性也很强，里面介绍了数学和音乐、绘画、建筑等的关系。

在我看来，《数学都知道》确实是一套优秀的数学科普读物，它图文并茂，涉猎广泛。书中谈及的数学概念，比如牛顿分形、广义相对论、优化管理与线性规划、对数、圆周率 π 、根号 2 与无理数、素数，深入浅出；讲述的数学与美术、数学与音乐、数学与生活，引人入胜，富有情趣；雪花、路牌、24 点游戏、幻方、钟表、调音器、漫画、十二平律、黄金分割、雕塑、莫比乌斯带、克莱因瓶、乘法口诀、美国国旗、高立多面体、骷髅、蛛网图、万圣节、切蛋糕、折纸、墓碑、数学写作等内容，充分说明了数学无处不在，为“数学都知道”做了很好的诠释，正如作者在《前言》中所讲：“数学并不是干瘪无味的，其具有自身的内涵和气韵。数学虽然并不总是以应用为目的，但数学与应用的关系却是非常密切的。”

浪漫、纯洁、绚丽、迷人的雪花的图形“有多少种？它们是在什么条件下形成的？它们能否在计算机上模拟？”书的开篇《雪花里的数学》，不仅讲述了数学家们研究雪花的历史，而且用数学的方式告诉了我们雪花的许多“不为人知”的秘密。

“在中国，滚瓜烂熟地背诵乘法口诀表是学童的必修课”。书中《乘法口诀漫谈》一章，让我们知道了这门“必须课”的重要意义，了解了乘法口诀的历史和掌握它的优势。该章还详细论述了一些很有意思的计算乘法的“另类”方法。除了乘法口诀，读者还可以通过《数学都知道》，深入了解在数学领域令中国人引以为豪的许多范例，如圆周率、哥德巴赫猜想、李生素数猜想等等。

《数学都知道》通过解析一些实例，深入浅出地讲解数学命题。例如：由《切割糕点问题》引出的公平分配问题；如何利用计算机帮助排列美国国旗上的星星；《再向鸟儿学飞行》中介绍了 Boids 模型的计算机实现及其应用；《斯蒂芬问题和自由边界问题》从科普的角度介绍了一类特殊的非线性偏微分方程及其应用。

蒋迅亲身参与过一项电厂优化管理项目。书中的《发电的优化管理与线性规划》一章，介绍了优化管理与线性规划的定义、发展历史和线性规划在发电中的应用，同时也是他工作实践的总结。

我在小学手工课上学会了很多折纸玩具，现在只记得纸飞机的折法了。书中《现代折纸

好书推荐

与数学及应用》在展示丰富多彩的折纸艺术的同时，让读者欣赏了数学的艺术，使我的记忆得到了复苏。

书中介绍的美国的奥数和数学竞赛、美国的数学推广月，让我们熟悉了美国在数学人才选拔和数学文化的普及方面的过人之处。

《数学都知道》在讲述一个个数学问题来龙去脉的同时，呈现了数学家们的聪慧，和在聪慧后面的酸甜苦辣。张益唐、陶哲轩取得的成就，杨同海的数学与人生……这些内容不需要数学知识也能读懂。

蒋迅在他的科学网博客（http://blog.sciencenet.cn/u/jiangxun）经常发表博文，《数学都知道》和这些博文，是他数十年来对数学科学及其科普事业的热爱与研究的结晶。

因为我的数学知识有限，书中的数学问题看懂的不多，但它的气韵吸引着我把它读完。对于数学工作者与数学爱好者，《数学都知道》一定更有魅力，他们可以就书中的“扩展问题”、“相关问题”进行深入的探寻。这部64万字的著作，对于有志于成为数学家的青少年朋友可以得到许多启示。

在读蒋迅的著作和文章时，我常常感受到他对祖国、对家乡、对亲人、对朋友真挚的情意。2007年6月蒋迅携家人回国休假，几位老友痛饮至深夜，言语之间他对中国的了解并不亚于我们。事后，我写了一首题为《归友》的诗，以怀旧情：“记得少年许多情，蔷薇丛中捉蜻蜓。闻声便知兄弟归，把盏直到晓日升。携妻单爱游颐和，教子不忘访圆明。不论远行在何处，家乡老屋最安宁。”2015年末，蒋迅回国返美途中创建了“工八楼”微信群，使“天各一方”的发小又可以经常能“见面”了。

我不太会写文章，但我仍愿意以此文表达对老朋友的敬意！这不仅是因为他是科技工作者、科普作家、数学博士、《数学通报》编委、《数学文化》特约撰稿人，更是因为他继承了父母从事的事业，并在数学科普领域超越了他们。

作者简介：

张进，北京法比加法语学校副校长、软件工程师，曾在北京师范学院数学系软件班学习，1983年开始从事与计算机相关的工作。爱好诗词写作。