



许宝騄和“移棋相间法”

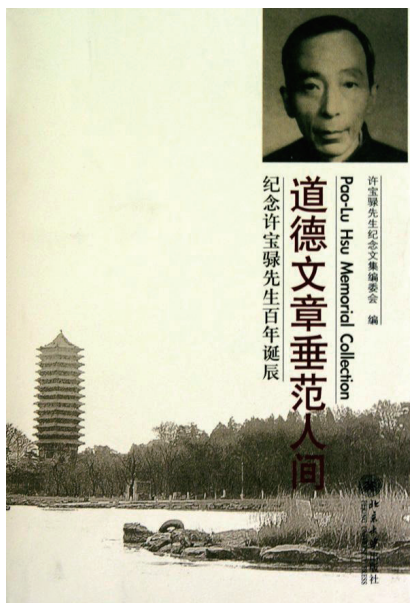
杨振宁

(一) 西南联大时的数学游戏

1940年前后，在西南联大物理系和数学系的师生们许多都喜欢玩一个移动 $2n$ 个围棋子的游戏。我也对它花过不少时间，始终未能完全解决。20多年后在美国我重新研究它，终于解决了所有 $n = 3, 4, 5 \dots$ 的游戏，可是没有把答案写下来，只记得解决的一个关键方法是 modulo 4。

最近看到一本关于许宝騄¹的书，《道德文章垂范人间》，其中316页上有一篇俞润民的文章²，说许曾研究“移棋相间法”，曾发现“合四为一之新律”。我猜，此新律恐怕就是后来我发现的 modulo 4 方法。

这几天重新研究此游戏，再度得到全解，在下面描述。



许宝騄纪念文集：《道德文章垂范人间》

(二) p(3) 六个棋子摆成一行，如(1)，黑子(b)在左，白子(v)在右。

bbbvvv (1)

bvvvbb (2)

bvv bvb (3)

vbvbvb (4)

然后移动最左二子至最右，成(2)，再移动二子成(3)，再移动二子成(4)。从(1)到(4)，三步移动，达到黑白相间是游戏p(3)的三步解。请注意，每次移动，必须是相邻二子，平行移动。

¹ 数理统计学起源于二十世纪前半叶。创建此学科的五、六位学者中有许宝騄。

² 俞润民是许宝騄的外甥，是俞平伯的儿子。俞文还说此游戏“始于清顺治六七年”。

(三) p(4)

- bbbbvvvv (5)
 b bvvvvbb (6)
 bvvb vvbb (7)
 bvvbvbv b (8)
 vbvbvbvb (9)

(四) p(5)

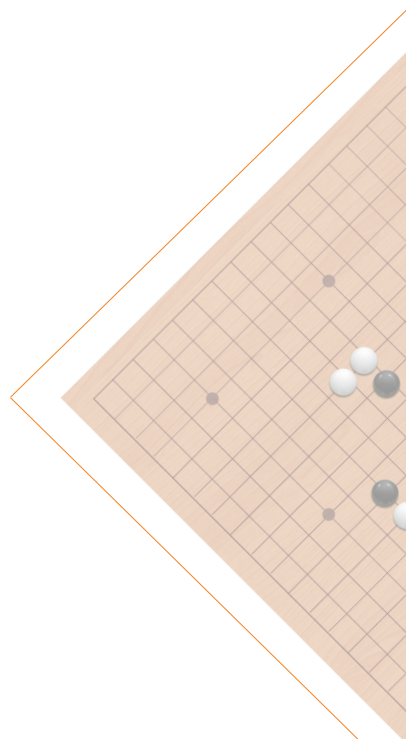
- bbbbvvvvv (10)
 b bbvvvvvbb (11)
 bvvbvv vb (12)
 bvvb vbvvbb (13)
 bvvbvbvbv b (14)
 vbvbvbvbvb (15)

(五) p(6)

- bbbbbbvvvvvv (16)
 b bbbvvvvvvbb (17)
 bvbbbv vvbb (18)
 bv vbvvvvbb (19)
 bvvbvbvb vb (20)
 bvvbvbvbvbv b (21)
 vbvbvbvbvbvb (22)

(六) p(7)

- bbbbbbvvvvvvv (23)
 b bbbvvvvvvvbb (24)
 bvbbbvvv vb (25)
 bv vbvvvvvbb (26)
 bvbbbvvvvbbv b (27)
 bvvbvb vbvvvbv (28)
 bvvbvbvbv bvbv (29)
 vbvbvbvbvbvbvb (30)



(七) p(8)

- bbbbbbbvvvvvvvv (31)
- b bbbbvvvvvvvvbb (32)
- bvvbbbbvvvv vvbb (33)
- bvvbb bvvvvbbvbb (34)
- bvvbbvbb vvbbvbb (35)
- bvvbbvbbvbbv bvvbb (36)
- bvvb vbvbbvbbvbb (37)
- bvvbvbvbbvbbvbbv b (38)
- vbvbbvbbvbbvbbvbbv (39)

从(31)到(39)八步平行移动可以分成三段：

第一段 (31)到(33)两步。请注意中间八子 bbbbvvvv 完全不动。

第二段 (33)到(37)四步。请注意左右两端的 bvvb 和 vvbb 八子完全不动。

第三段 (37)到(39)两步。其中第一步先不动(37)的最左四子 bvvb, 只把最右四子的中间二子 vb 移到左面, 成(38)。第二步则把(38)中最左的 bv 二子移到右面成(39)。

极重要的比较：

比较第二段(33)到(37)这四步, 与 p(4) 的(5)到(9)这四步, 前者去掉最左四子与最右四子就与后者完全雷同!!! 也就是说 p(4) 是 p(8) 的中心。p(8) 在中心以外还有第一段的两步和第三段的两步, 以及左右八子, 合起来形成一框, 我们称它为外框。

(八) Modulo 4 p(8) 的中心是 p(4)。四周是一个外框。我们把此关系写为

$$p(4) \rightarrow p(8)$$

这个关系显然可以推广：

$$p(4) \rightarrow p(8) \rightarrow p(12) \rightarrow p(16) \cdots$$

同样

$$\begin{aligned} p(5) &\rightarrow p(9) \rightarrow p(13) \rightarrow p(17) \cdots \\ p(6) &\rightarrow p(10) \rightarrow p(14) \rightarrow p(18) \cdots \\ p(7) &\rightarrow p(11) \rightarrow p(15) \rightarrow p(19) \cdots \end{aligned}$$

至此我们已显示所有 $n > 3$ 时 p(n) 的解法。



作者简介：

杨振宁先生是世界著名物理学家, 1957年获得诺贝尔物理学奖, 在物理、数学等科学领域拥有极深的造诣。

2019年11月完稿于清华园