

与纳希德教授一席谈

陈算荣 丁 玖

“烟花三月下扬州”。唐代的农历三月，也即今日的公历四月甚或五月，是扬州最吸引五湖四海游客的月份。去年（2016年）五月，在美国应用数学界颇有名望的纳希德教授（M. Zuhair Nashed），尽管已 80 高龄，却风尘仆仆地从他目前任教的中佛罗里达大学（University of Central Florida）所在地——迪士尼世界点缀的奥兰多城，飞到中国，马不停蹄地访问了北方、南方的几个城市，开会交流、学术演讲。扬州大学数学科学学院的黄强联教授，在哈尔滨师范大学参加国际会议时，代表李刚院长盛情邀请纳希德教授“骑鹤下扬州”。纳希德教授欣然接受，于是在一个晴朗的中午，翩然降落在扬州人江泽民题字的“扬州泰州国际机场”上。纳希德教授虽然没有“腰缠十万贯”，却扛住一颗智慧的脑袋来到“不比西湖瘦”的扬州瘦西湖畔。

差不多 20 年前，笔者之一在美国的数学会议上结识了纳希德教授，2004 年底在哈尔滨师范大学主办的纪念南京大学已故曾远荣教授诞辰 100 周年的国际研讨会上，他们再次相逢。曾远荣先生是美国现代数学奠基人之一穆尔（E. H. Moore）教授名下的最后一位博士生，在导师去世后的第二年春获得芝加哥



纳希德在扬州



曾远荣 (1903-1994)

大学的博士学位。他从 50 年代起一直是南京大学唯一的数学一级教授，而陈省身的硕士导师、1927 年就拿到芝加哥博士学位并长期担任中央大学理学院院长

的孙光远先生却甘当二级教授。曾远荣先生不仅是中国的“泛函分析之父”，在这个领域也做出了开创性的工作，这就是他提出的“算子广义逆”概念。当然，这不能说他是广义逆思想的首创者。广义逆的原始想法在更早的关于积分方程求解的研究中就出现在一些大数学家的头脑里，这份名单中有 Fredholm (1903) 和 Hurwitz (1912)。但对这个概念最自然最清晰的表达则来自于曾远荣的导师 1920 年发表

在《美国数学会公告》(*Bulletin of the American Mathematical Society*) 第 26 卷上的两页论文摘要。论文的题目是《关于一般代数矩阵的互逆》(*On the reciprocal of the general algebraic matrix*)。一般认为，这篇文章标志着广义逆研究的真正开始。

曾远荣博士论文中的算子广义逆概念无疑是继承了他老师的思想，并将穆尔处理的有限维算子（即矩阵）情形推广到无穷维的无界线性算子上去。这个推广是了不起的。1949 年，他一口气在苏联科学院的杂志上发表了他关于算子广义逆独创性的工作，但其中的定理只有叙述，没有证明。陈景润 1966 年发表他最伟大的工作时，也没有证明，但七年后他将完整的证明全部拿出发表。曾远荣却一直没有这么做，原因大概是他导师的大著《一般分析》(*General Analysis*) 曾计划出版 4 卷，其中最后一卷拟放进他的中国关门弟子的最得意工作。但他去世后的 1935 年出版的这本书，也只有两卷，后两卷从未出现。

缺乏计算机伴侣的广义逆矩阵在沉寂 25 年后，对穆尔的开创性工作一无所知的一位年轻英国人、当今世界赫赫有名的大学者彭罗斯 (Roger Penrose) 爵士，独立发现了与穆尔广义逆条件等价的广义逆矩阵定义四方程，之后他基本上就不干这个了。而计算数学的兴起，则驱使着一大帮人在穆尔 - 彭罗斯广义逆的田野上耕地播种，忙个不休，直到现在还不停歇。

到了 60 年代末 70 年代初，广义逆的研究开始兴旺发达。这时，本文的主角登堂亮相，尤其在算子广义逆这亩地上，获得了丰硕的果实。每门学科似乎都有它的“圣经之作”，比如泛函分析的“圣经”大概是 Dunford-Schwartz 的大部头《线性算子》(*Linear Operators I, II, III*) 全套三卷。尤其是厚厚的首卷《一般理论》(*General Theory*)。你如果从头到尾精读过它，就可成为行家而不必自谦。有一位“千人计划”年轻时就这么干过，因而多年来他在分析方面的研究成绩卓然。四十年来，大凡从事广义逆方面研究的，书桌上都会



穆尔 (E. H. Moore, 1862-1932)



彭罗斯 (Roger Penrose, 1931-)

放着一本超过千页的大部头书《广义逆及其应用》(*Generalized Inverses and Applications*)作为参考。这本书由纳希德编辑,记录的是1973年10月8-10日在威斯康辛大学数学研究中心召开的高级研讨会的论文集。虽然这并非一本专著,却被视为广义逆这个领域的“圣经”,其中第一篇就是纳希德与 G. H. Votruba 合写的110页长文,题目就是《广义逆的统一算子理论》。他另外还贡献了两篇文章,加上编辑了数以千篇的完备参考文献。两篇中的一篇是关于广义逆的摄动和逼近理论,这是扬大黄教授以及国内外其他广义逆摄动理论专家们常常翻阅的经典文献。论文集的其他作者都是研究广义逆的领袖人物,有的后来出版了有关教科书和专著,如 T. N. E. Greville 和 A. Ben-Israel。

当纳希德教授下午在扬州大学瘦西湖校区出现时,他不顾疲倦,第二天上午就给数学科学学院的师生做了一场生动有趣的公众演讲。听完之后,我们突发奇想,何不趁他访问扬州的机会,对他采访一番?作为世界知名的数学家,纳希德教授对一些问题的回答肯定会对我们的学生和青年教师有所启示。于是,在他离开扬州去上海师范大学之前的那天下午,我们一起来到纳希德教授下榻的扬州玉蜻蜓雅致酒店大厅一角采访了他,采访中既有数学故事的回忆,又有数学教育的交流。顺便一提,纳希德教授是美国数学会2013年建立会士制度后的首批会士(fellow)。

下面就是我们两位对纳希德教授采访的主要内容。

陈: 纳希德教授,首先我想代表我们数学科学学院的师生们热烈欢迎您的到访!非常感谢您能接受丁教授和我对您的采访。

丁: 纳希德教授,我也很高兴在有2500年历史的家乡文化名城扬州见到您。