

部分编委 2013 夏合影



前排从左至右：张英伯，林亚南，刘建亚，汤涛；后排从左至右：丁玖，朱斌，罗懋康，顾沛，蔡天新，贾朝华，庄歌

主 办	香港 Global Science Press 沙田新城市中央广场第一座 1521 室			
主 编	刘建亚（山东大学） 汤 涛（香港浸会大学）			
编 委	邓明立（河北师范大学）	蔡天新（浙江大学）		
	丁 玖（南密西西比大学）	项武义（加州大学）		
	贾朝华（中国科学院）	罗懋康（四川大学）		
	张英伯（北京师范大学）	顾 沛（南开大学）		
	张智民（韦恩州立大学）	林亚南（厦门大学）		
	宗传明（北京大学）			
美术编辑	庄 歌			
文字编辑	付晓青			
特约撰稿人	游志平	欧阳顺湘	歌之忆	靳志辉
	蒋 迅	卢昌海	陈关荣	柳形上

《数学文化》旨在发表高质量的传播数学文化的文章；
主要面向广大的数学爱好者

《数学文化》欢迎投稿，来稿请寄：
Math.Cult@gmail.com

本刊网站：<http://www.global-sci.org/mc/>
本刊淘宝网：<http://mysanco.taobao.com/>
本期出版时间：2013年8月

本刊鸣谢国家自然科学基金数学天元基金的支持

Contents | 目录

数学人物

哥廷根数学的人和事	王 涛	3
鲍耶与非欧几何	张小平 刺 克	10

数学趣谈

7的话剧	柳形上	16
顺藤摸瓜 —— Pollard's Rho 及其它	万精油	25
善科网 —— 数学趣题专栏		30

数学烟云

谷歌数学涂鸦赏析 (下)	欧阳顺湘	32
数学与文化交融的奇迹 —— 幻方	方开泰 郑妍珣	52

数学教育

虚数的意义	阮一峰	66
浅说椭圆曲线	陆 俊	70

数学经纬

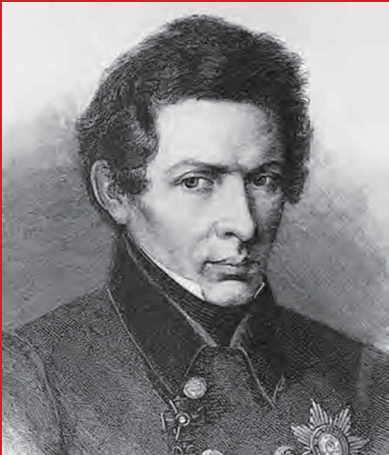
跨越千年的数学桥	徐雯雯 俞 宁	79
法国军人的数学素质	陈关荣	85

数学家随笔

课题研究与论文写作技巧	韩茂安	88
高德纳的奖励支票与 《数学之英文写作》作者的一错一美元	欧阳顺湘	91

好书推荐

把数学写作当作语言艺术的一部分	蒋 迅	99
-----------------	-----	----





哥廷根数学的人和事

王涛

哥廷根数学学派的兴起堪称是数学史上最为璀璨的篇章之一，在 20 世纪的前 30 年里，哥廷根这座不起眼的小城绝对是世界数学的中心，被誉为数学圣地，有数学的“麦加”之称。伟大的数学传统、浓厚的学术氛围使每一个数学家陶醉，而哥廷根数学的人和事更是一道靓丽的风景线。

哥廷根数学的伟大传统，为高斯（C. F. Gauss, 1777-1855）首创。其继任者都是德国最有声望的数学家，如狄利克雷（P. G. L. Dirichlet, 1805-1859）和黎曼（G. F. B. Riemann, 1826-1866）。虽然他们推进了高斯的事业，但和高斯一样，他们都未能给哥廷根带来黄金岁月。不仅如此，1866 年，随着 19 世纪最富独创性的数学家黎曼的去世，哥廷根大学的数学进入了一段相对比较困难的时期。而与此同时，德国几乎所有的大学——莱比锡、哥尼斯堡、埃尔朗根、波恩——都有知名的数学教授。在克莱因（F. Klein, 1849-1925）1886 年到达哥廷根大学之前，哥廷根大学并不具有优势，数学教授席位一度空缺甚至找不到合适的替代者，这与当时柏林大学数学人才济济、兴旺发达的局面形成了鲜明的对比。



哥廷根数学传统的缔造者、被誉为数学王子的高斯（1777-1855）



高斯的继任者——狄利克雷（1805-1859），他曾先后在柏林大学和哥廷根大学任教授

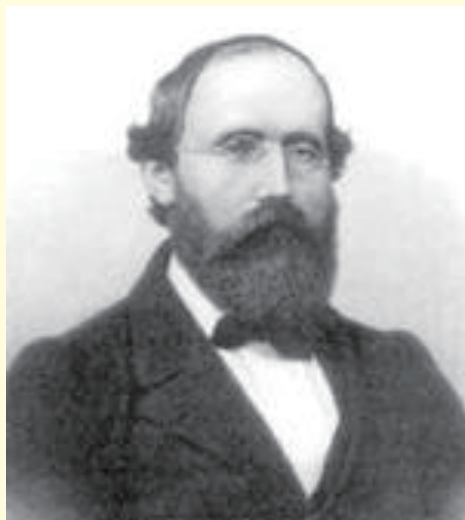


亚历山大·冯·洪堡（1769-1859）

柏林大学数学的兴起

19 世纪中叶的德意志远不是一个统一的国家，而是分为大大小小的邦国。哥廷根位于汉诺威王国内，柏林位于普鲁士王国内。其中普鲁士柏林大学的兴起绝对值得一提。

1806 年第四次反法同盟失败，作为同盟国之一的普鲁士几乎全军覆没，不久，柏林也陷落。拿破仑残忍地对待了普鲁士，这使得普鲁士发誓要报仇。施泰因、哈登堡、洪堡从政治、经济、军事和教育各个方面对普鲁士进行了改革，



狄利克雷的继任者、高斯的得意弟子黎曼（1826-1866），曾跟随狄利克雷在柏林学习过一段时间

其中教育改革是重中之重。1809 年，出生于波茨坦贵族家庭的威廉·冯·洪堡（Wilhelm von Humboldt, 1767-1835）出任普鲁士教育文化部部长，掌管普鲁士所有的教育文化事务，在短暂的任期内，洪堡改革了普鲁士引以为傲的教育制度。洪堡建立了新的教育制度，设初等教育、中等教育和高等教育三个层次；采用新的教学法，规定只有受过训练的合格教师才能任教。不少德国顶级数学家都曾在中学任教，包括晚年被视为德意志民族英雄的魏尔斯特拉斯（K. Weierstrass, 1815-1897），当时很多成果都需要他拍板才能获得认可，比如 1882 年林德曼（C. L. F. Lindemann, 1852-1939）证明 π 的超越性。

洪堡的教育改革得到了普鲁士国王威廉三世的支持，威廉三世不仅接受了洪堡的建议，甚至不惜将豪华的王宫——海因利希宫贡献出来作校舍，筹建一所重点大学。就这样，一所以国王的名字——弗里德里希·威廉命名的大学成立了，这就是现在著名的柏林大学。国王威廉三世甚至用自己的家底每年为柏林大学拨款 15 万塔勒。当时他给教授们说道：“这个国家必须用它精神上的力量来弥补它物质上的损失，……，教育不仅不会使国家贫穷，相反教育是摆脱贫困的最好手段！”

由于洪堡巨大的贡献，柏林大学也被称为“洪堡大学”。

在柏林大学的创办和发展过程中，亚历山大·冯·洪堡（Alexander von Humboldt, 1769-1859）发挥了重要的作用。亚历山大·冯·洪堡是威廉·冯·洪堡的弟弟，著名的自然科



柏林三巨头。从左至右：魏尔斯特拉斯（1815-1897）是柏林学派的领袖，在德国享有巨大的威望；克罗内克的老师库默尔（1810-1893）；直觉主义的先驱——克罗内克（1823-1891）

学家和探险家。他是世界上第一个大学地理系——柏林大学地理系的首任系主任。亚历山大·冯·洪堡非常喜欢数学，对德国数学界的影响很大。比如，1826年他曾给年轻的狄利克雷写过推荐信，推荐他到柏林大学任职；帮助雅克比（C. G. J. Jacobi, 1804-1851）争取过津贴，还与克罗内克（L. Kronecker, 1823-1891）熟识；此外，他还帮助过高斯、史坦纳（Steinner, 1796-1863）和库默尔（E. E. Kummer, 1810-1893）任教授等职位。为了纪念这位伟大的科学家，柏林大学于1860年设立了著名的洪堡基金。得到资助的学者一般被称为洪堡学者，我国有不少学者都曾得到过洪堡基金的资助。

这比哥廷根大学创办晚75年的柏林大学赋予了大学以新的含义——学术研究。大学的意义不仅在于教学，还在于科学研究，探求真理，这就是柏林大学的理念，这一理念代表着新型大学的发展方向。与纯粹由普鲁士人建立的新型研究型大学相比，由英国人建立的哥廷根大学似乎更注重绅士教育，这点在高斯身上体现得淋漓尽致。但不管怎么说，19世纪30年代柏林大学正式有了数学系，狄利克雷被聘为柏林大学的教授。

哥廷根数学的阵痛

柏林大学的兴起是普鲁士整个国家兴旺发达的一个缩影。普鲁士逐渐地强大起来并试图完成时代赋予它的使命——结束德国分裂的局面。从哥廷根大学毕业的普鲁士首相俾斯麦开始了德意志铁与血的统一。1866年，也就是黎曼去世的那一年，普奥战争爆发并以《布拉格和约》而告终，战时协助奥地利的汉诺威被普鲁士吞并，哥廷根大学的地位一落千丈。而与之相反，柏林则从普鲁士这个邦国的首都一跃成为北德意志联邦的首都，5年之后，柏林又成为整个德意志联邦的首都，柏林大学的地位得到了极大的提升。有一件事能反映出柏林对于哥廷根的数学优势，黎曼去世后哥廷



哥廷根辉煌的缔造者——克莱因（1849-1925）



哥廷根辉煌的缔造者——希尔伯特（1862-1943）

根曾试图聘请柏林大学的克罗内克，但克罗内克婉言谢绝了，原因是柏林的学习、工作、生活环境使克罗内克感到满意。其实不仅如此，柏林大学的数学在魏尔斯特拉斯、库默尔和克罗内克的领导下已经发展到一个相当的层次，在函数论、数论、几何基础方向都有很强的实力，并且形成了一个学派，这就是数学史上著名的柏林学派。

但阵痛过后哥廷根终于迎来了自己的辉煌，这一辉煌缔造出一个新的学派——哥廷根学派。到19世纪末期，

随着柏林三巨头的去世，柏林大学的优势逐渐丧失，到 20 世纪初，局势已经完全逆转过来了。1902 年，随着富克斯(I. L. Fuchs, 1833-1902) 的去世，柏林大学试图聘请哥廷根的希尔伯特(D. Hilbert, 1862-1943) 来继任这个位置，希尔伯特不仅拒绝了这一任命，相反他还建议克莱因要求德意志教育文化部部长阿尔道夫(F. Althoff, 1839-1908) 在哥廷根增设一个数学教授席位，并且聘请他的好友闵科夫斯基(H. Minkowski, 1864-1909) 来担任这个位置，这一建议也被阿尔道夫采纳。克莱因与阿尔道夫相识于普法战争(1870-1871 年)，他们彼此非常尊重对方。由于这层关系的存在，阿尔道夫非常支持哥廷根数学的发展，这样到了 1902 年，哥廷根在数学教授的数量上也赶上和超过了柏林大学，由此哥廷根数学开始了真正意义上的黄金时代。

在多数描写哥廷根数学的资料中，过多的笔墨留在了高斯、狄利克雷、黎曼、克莱因和希尔伯特那里。然而黎曼 1866 年去世之后的继任者是谁？在克莱因 1886 年到哥廷根任教授之前，哥廷根的数学又是如何发展的呢？

黎曼的继任者——克莱布什

克莱布什(A. Clebsch, 1833-1872) 生于东普鲁士的哥尼斯堡，1850 年入哥尼斯堡大学，深受两位老师黑塞(Hesse) 和里奇劳特(F. Richelot) 的影响，他们都是雅克比的学生。实际上，克莱布什从未与雅克比谋面，因为雅克比在他入学后第二年(1851 年) 就去世了，但克莱



克莱布什(1833-1872)

布什通过收集雅克比的全集而受到了雅克比的影响。1854 年克莱布什到柏林深造。1858 年到 1863 年在卡尔斯鲁厄(Karlsruhe) 任理论力学教授，其后又在吉森(Giessen) 任数学教授。1868 年克莱布什移居哥廷根，成为黎曼的继任者。同年，他与纽曼(C. G. Neumann, 1832-1925) 一起创办了一份重要的数学杂志《数学年刊》(*Mathematische Annalen*)，这是一份非常有影响的杂志，希尔伯特从 1902 年起一直担任该刊的主编。

克莱布什早期工作的兴趣在数学物理方面，他对变分法和微分方程也有研究，但克莱布什最主要的工作是代数几何。代数几何是 19 世纪最伟大的数学创造之一，100 多年来已发展成为数学的核心部分，它与所有数学分支都有着密不可分的联系并推动着它们的发展。代数几何学的研究对象是由多项式方程或方程组所定义的代数簇。代数簇的特殊情形是代数曲线和代数曲面。

克莱布什研究的主要是复数域上的代数曲线和代数曲面。代数几何的中心问题是分类，19 世纪中叶代数曲线的分类由黎曼所奠定，并由克莱布什继承。为了对曲线进行分类，克莱布什首次引入连通、亏格等概念，证明了一系列有关定理。克莱布什明确指出，代数几何学研究双有理变换及其不变量，而他本人正是以这种观点研究代数曲线和代数曲面的。

克莱布什开创了德国的代数几何学派，他和黎曼被称为是经典代数几何的奠基人。他的学生布瑞尔(A. W. V. Brill, 1842-1935) 和 M. 诺特(M. Noether, 1844-1921) 继承发展了克莱布什的思想，他们都是当时著名的代数几何学家。而 M. 诺特正是数学史上最伟大的女数学家 E. 诺特(E. Noether, 1855-1935) 的父亲，后来 E. 诺特来到了哥廷根，在哥廷根数学的发展中发挥了不可估量的作用。像 M. 诺特和 E. 诺特这样父女同为杰出数学家的组合在数学史上似乎并不多见。

然而自高斯去世之后，哥廷根大学的数学教授似乎中了一个魔咒：其继任者都没能在这个职位上干多长时间。狄利克雷在这个位置上只待了 4 年就去世了。而其继任者黎曼在担任这个职位 3 年后感染了胸膜炎，后期一直在意大利养病。作为黎曼的继任者，克莱布什也没能幸免，在他任教授 4 年后由于患白喉病而去世。

数学教授的频繁更迭对哥廷根数学的发展相当不利。

把自己置于危险境地——富克斯

克莱布什的继任者是富克斯，富克斯于 1874 年来到哥廷根。然而富克斯来到哥廷根大学不到一年，便接受了海德堡大学的任命而离去，这又从侧面说明了哥廷根当时甚至与海德堡相比也没有多大的优势，在康斯坦丝·瑞德《希尔伯