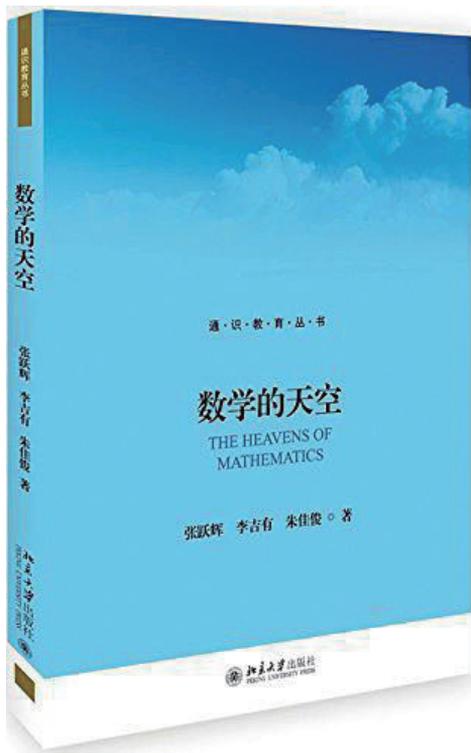


数学的天空

刘建亚



张跃辉、李吉有、朱佳俊著
 北京大学出版社，2017年7月出版
 通识教育丛书
 ISBN 978-7-301-28286-1

写一本严肃的数学书，让读者在火车上也能看得下去，是一件非常困难的事。这件事，《数学的天空》的三位青年作者做到了，而且做得非常出色。

笔者上次在火车上如醉如痴地阅读严肃的数学著作，是1989年。火车是银川到北京的绿皮车，拥挤而喧嚣；书则是达文坡特（H. Davenport）的《乘法数论》（*Multiplicative Number Theory*）。三十年后的今天，先进动车的舒适，至多抵消了岁月对笔者好奇心的磨损，因此在火车上阅读严肃的数学书并没有变得更加容易。但此时此刻，在济南到威海的火车上，笔者正在津津有味地阅读《数学的天空》，并且按耐不住冲动，要写一篇书评。

本书属于通识教育丛书中的一本。数学的通识教育著作，尤其难写。写得太深，就成了学术著作，失之晦涩，难以通识。写得太浅，就沦为打比方，搔痒不着，词不达意。本书非常好地处理了深与浅的关系，内容严肃而语言活泼，找到了科学性与艺术性的平衡点。

本书共分五章，分别是：一、数学的天空，二、图与数——数学之源，三、至简至美——

费马大定理，四、天籁之音——黎曼假设，五、大象无形——庞加莱猜想。

今仅以第四章为例，介绍本书的写作。在第一节，作者从黎曼 zeta 函数在极点 $s = 1$ 处的取值为调和级数 (harmonic series) 的和

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$$

讲起，指出调和级数的“调和”来自和声，故翻译为“和声级数”更能唤起人们对音乐的联想。紧接着，引入了毕达哥拉斯音阶，以及我国古代音乐理论“宫徵商羽角”的数学表达。还介绍了声律与连分数的关系，而且用简洁明快的语言介绍了古希腊三大作图难题，以及高斯关于正多边形尺规作图的伟大定理。第一节结尾，自然引进了十二平均律。第二节从傅立叶的声乐理论出发，阐述音色是形状的无穷级数，并且指出了为什么上述“和声级数”揭示了和声的秘密。在数学理论方面，则顺便引进了无穷级数的收敛与求和。第三节，用简洁明快的语言介绍了黎曼的伟大论文，证明了 zeta 函数的函数方程，并且介绍了著名的黎曼猜想。第四节至第六节介绍了研究 zeta 函数零点的各种方法以及结果，例如连接 zeta 函数零点分布与素数的计数函数之间关系的显式 (explicit formula)，寻找 zeta 函数非显然零点的方法，等等。期间，介绍了哈代定理，而高潮则是塞尔伯格的伟大定理，即落在临界直线上的非显然零点之集合在所有零点之集合中具有正密度。塞尔伯格只得到了这个正密度 $\beta > 0$ 的存在性，没有定出其可允许的具体数值。这个定理是塞尔伯格获得菲尔兹奖的重要成果之一。在第四章结尾，作者指出了，若黎曼猜想不正确，则音乐将一片狼藉，从而从美学角度圆了黎曼猜想之梦，圆满地呼应了本章的主题。通读第四章，既领略了黎曼猜想的数学内涵，又得到了畅快

淋漓的美学体验，壮哉美哉！

写书评，最后必须得写一段“璧有瑕，请指示王”。还真有；第一个定出上述塞尔伯格密度 β 的可允许数值的，是中国数学家闵嗣鹤先生，而不是莱文森或者康瑞。关于这一点，请参阅张英伯教授与笔者合作的闵嗣鹤传《渊沉而静，流深而远》，载《数学文化》第4卷4期以及第5卷第1期。当然瑕不掩瑜；指出以上微瑕，可以看作是一个数论家兼传记作者的王婆卖瓜。

《数学的天空》适合作为大学生、研究生的数学通识课教材，也适合热爱数学的广大读者阅读。总之，如果您想在美妙的旋律中欣赏严肃的数学，《数学的天空》是不可多得的好书。

2018年11月26日



作者简介：

刘建亚，山东大学讲席教授、《数学文化》联合主编。