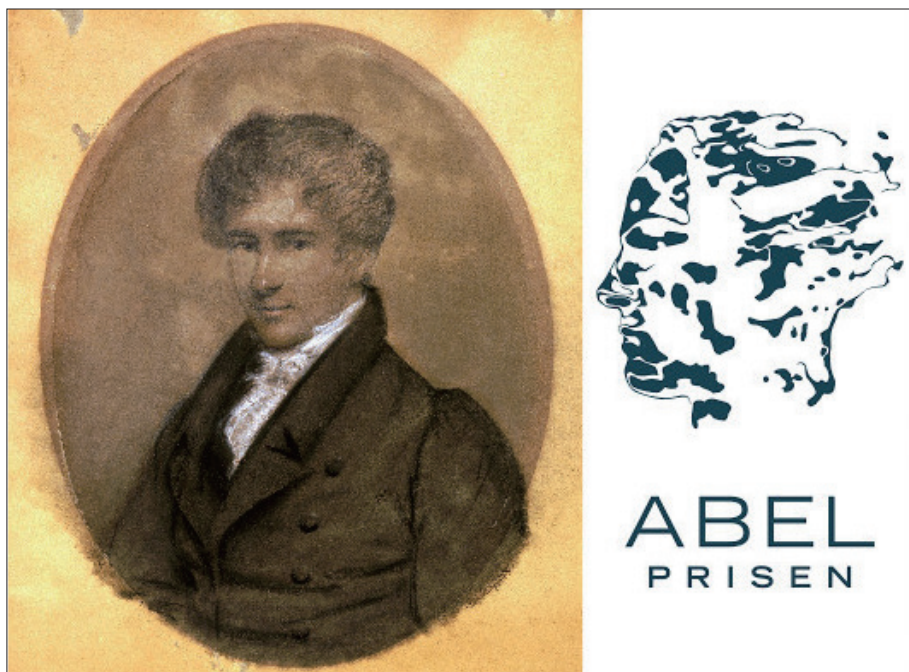




范明

19世纪是数学史上创造精神和严格精神高度发扬的时代，这一世纪典型的数学成就包括：复变函数论的创立和分析数学的严格化、非欧几何的问世和射影几何的完善、群论和非交换代数的诞生、数学公理化运动的开端等，它们所蕴含的新思想和新观念深刻地影响着20世纪的数学。在17-18世纪近百年的欧洲启蒙运动中形成的民主、自由、平等的精神以及崇尚理性、重视科学的风尚，激励大批青年才俊步入数学教育和研究领地，为数学的发展提供了适宜的土壤。18世纪后期开始出现的自然科学中众多新的研究领域，给予数学新的推动力，数学科学正处于全面兴旺发达的前夜。在19世纪的前30多年中，一批年轻数学家在不同领域中作出了卓越贡献，挪威天才数学家阿贝尔（Niels Henrik Abel）就是其中一位杰出代表。阿贝尔的名字与近代数学中的许多概念和定理联系在一起，例如阿贝尔函数、阿贝尔级数、阿贝尔积分、阿贝尔积分方程、阿贝尔群、阿贝尔部分和公式、阿贝尔基本定理、阿贝尔极限定理、阿贝尔可和性等等，历史上只有很少几位数学家能与之比肩。然而阿贝尔短暂的一生与他做出的卓越成果、生前的贫困潦倒与身后的备极哀荣形成了巨大的反差，他的故事令人长久叹息。

1802年8月5日，阿贝尔出生在挪威芬岛（Finnøy）的一个小乡村。他的父亲和祖父都是当地的牧师，外祖父是一位富商并拥有专用商船，阿贝尔在家中七个孩子中排行第二。挪威于1397-1523年和1536-1814年间与丹麦、以及于1814-1905年间与瑞典先后建立君合国，1814年阿贝尔的父亲当选为国会议员，因此阿贝尔13岁时和哥哥一起先后被送往首都奥斯陆的天主教会学校学习。起初阿贝尔的成绩平平，直到1818年，新来的数学老师霍姆伯（Bernt Michael Holmboe）改变了阿贝尔的一生。霍姆伯是挪威著名天文学家汉斯廷（Christopher Hansteen）的助教，只比阿贝尔年长九岁。他使阿贝尔第一次感受到了数学的意义和乐趣，并发现了其无与伦比的数学天分，两人亦师亦友。在



阿贝尔 (1802-1829)

霍姆伯的指导下，阿贝尔系统学习了牛顿、欧拉、拉格朗日及高斯等当时著名数学家的著作。阿贝尔 16 岁时证明了二项式定理对所有实数成立，从而扩展了欧拉关于该定理只对有理数成立的结果。阿贝尔 18 岁时父亲去世，次年进入奥斯陆大学读书，那时奥斯陆城市及大学均以丹麦 - 挪威君合时期国王克里斯蒂安四世 (Christian IV of Denmark) 的名字命名。在霍姆伯的倡议下，几位教授和朋友筹款帮助家境清贫的阿贝尔读书，大学还为其提供了免费宿舍及部分资助。不久阿贝尔即成为挪威小有名气的数学家，他在汉斯廷创办的科学杂志上发表了两篇论文，然而在当时的挪威已经无人能够进一步指导阿贝尔了。1823 年夏天，奥斯陆大学教授拉斯穆森 (Søren Rasmussen) 资助他前往哥本哈根，访问一些当时的优秀数学家以开阔眼界。这次访问是极富成效的，除了结识专家学者之外，阿贝尔还遇到了纯洁善良的丹麦姑娘克里斯汀 (Christine Kemp)，第二年两人订婚。

方程求解是古典代数学的中心课题，伴随着几大古代文明的发展不断推进。早在公元前 2000 年左右，古巴比伦人已经知道一元二次方程根与系数的关系，古埃及的纸草文书、古中国的《九章算术》、古印度的婆罗摩笈多 (Brahmagupta)、古希腊的欧几里得和丢番图等，均研究了特殊的一元二次方程的解法。公元 820 年阿拉伯数学家阿尔 - 花拉子密 (al-Khwārizmi) 在他的著作《代数学》中，第一次给出了一元二次方程实数根的一般解法。到了 16 世纪，意大利数学家卡尔达诺 (Girolamo Cardano) 和他的学生费拉里 (Ferrari Lodovico) 相继发表了用根式求解三次方程和四次方程的方法，因此高于四次的方程能否用根式求解便成为人们关注的热门问题。从 16 世纪后半叶直到 19



世纪初,许多数学家和数学爱好者争相研究和寻找用根式求解五次方程的公式,但无一不以失败告终。1799年22岁的高斯在博士论文中证明了每个实系数多项式至少有一个实根或复根,这个结论被称为“代数学基本定理”,从而开创了探讨数学研究中关于存在性问题的新途径。三年后高斯证明了分圆方程可用根式求解,因此何种高次方程能用根式求解又成为摆在数学家面前的一道难题。阿贝尔16岁时已经开始考虑五次方程的一般解问题,并提出了一些相关见解。1823年在丹麦数学家德根(Carl Ferdinand Degen)的启发下,阿贝尔转而研究五次方程的根式解的存在性问题。终于在次年22岁时,阿贝尔极为天才地证明了,除特殊情况之外五次方程的根式解并不存在,从而解决了困扰数学界250年之久的世界性难题。类似结果曾于1799年被意大利数学家鲁芬尼(Paolo Ruffini)得到,但其证明并不完整,现在这一结果称为“阿贝尔-鲁芬尼”定理。下图是阿贝尔的一页笔记和三页文章手稿,被瑞典著名数学家米塔-列夫勒(Gösta Mittag-Leffler)收藏,2007年挪威科学与文学院从米塔-列夫勒研究所和瑞典皇家理工学院(KTH)处购得手稿原件。

